Optimierung der transversalen Spin-Polarisation im LEP-Speicherring und Anwendung für Präzisionsmessungen am Z-Boson

Dissertation der Fakultät für Physik der
Ludwig-Maximilians-Universität München

angefertigt am
Max-Planck-Institut für Physik
Werner-Heisenberg-Institut
München

vorgelegt von

Ralph Aßmann

aus Bonn

November 1994

Optimierung der transversalen Spin-Polarisation im LEP-Speicherring und Anwendung für Präzisionsmessungen am Z-Boson

Dissertation der Fakultät für Physik der
Ludwig-Maximilians-Universität München

angefertigt am
Max-Planck-Institut für Physik
Werner-Heisenberg-Institut
München

vorgelegt von

Ralph Aßmann

aus Bonn

November 1994

1. Gutachter: Professor Dr. Walter Blum

2. Gutachter: Professor

Tag der mündlichen Prüfung: Dezember 1994

Abstract

The year 1993 saw important achievements on transverse spin polarization at LEP. The polarization degree was raised from below 16% to 57% by measuring and compensating the strengths of integer spin resonances; the polarization build-up time was reduced with asymmetric wigglers; a sixth order spin resonance was measured in detail and was found to agree perfectly well with calculations; depolarization caused by a larger beam energy spread was observed for the first time and was found to be as expected from theoretical studies; all four experimental solenoids were successfully spin matched. The improvements allowed to measure polarization almost routinely at three beam energies around 45.6 GeV. Its level was high enough for regular energy calibrations by resonant depolarization at the end of physics fills. The precision of the measured beam energy was shown to be better than 1 MeV.

The beam energy was monitored at regular intervals during the 1993 data taking. The absolute energy scale of LEP was determined accurately at three positions on the Z resonance. This allowed a high precision measurement of the mass, $M_{\rm Z}$, and the width, $\Gamma_{\rm Z}$, of the Z-Boson. From a preliminary data analysis, $M_{\rm Z}$ has been determined with a precision of about 4 MeV. The width $\Gamma_{\rm Z}$, with an error of less than 4 MeV, is now the most precise electroweak measurement that can be used to predict the mass of the top quark. As an interesting by-product, variations of the beam energy in LEP due to tidal deformations of the earth were accurately measured.

The achievements in transverse beam polarization open up the possibility of operating LEP with longitudinally polarized beams. This would allow the electroweak mixing angle to be measured at LEP with a higher precision than up to now.

Inhaltsverzeichnis

. . . Quo monte potita
Constitit et doctas sic est adfata sorores:
"Fama novi fontis nostras pervenit ad aures,
Dura Medusaei quem praepetis ungula rupit.
Is mihi causa viae: volui mirabile factum
Cernere; . . . "

Ovid, Metamorphosen 5,255ff.

Kapitel 1

Einleitung

Experimentelle Untersuchungen der fundamentalen Wechselwirkungen der Materie werden zum überwiegenden Teil an großen Teilchenbeschleunigern durchgeführt, in denen an genau definierten Orten Teilchen zur Kollision gebracht werden. Detektoren, die um die Wechselwirkungspunkte herum aufgebaut sind, messen die Eigenschaften der Kollisionsprodukte. Es können um so schwerere und seltenere Teilchen erzeugt werden, je höher die Energie der zur Kollision gebrachten Teilchen ist. Das führt zum Bau immer größerer Beschleuniger mit höherer Energie. Neben der Entdeckung neuer Elementarteilchen sind *Präzisionsmessungen* der Eigenschaften schon bekannter Teilchen von größter Bedeutung. Sie erlauben die Überprüfung theoretischer Vorhersagen und können neue fundamentale Einsichten eröffnen, falls Abweichungen von der Erwartung beobachtet werden.

Beim Einsatz von *Spintechnologie* in Beschleunigern wird der Spin-Freiheitsgrad der zur Kollision gebrachten Teilchen gezielt dazu verwendet, neue Experimentiermöglichkeiten zu eröffnen und die erreichbare Präzision für wichtige Messungen zu erhöhen. Durch erzwungene Rotationen der Spinachse wird bewirkt, daß der Polarisationsvektor des betrachteten Teilchenensembles den gewünschten Betrag und die gewünschte Richtung aufweist. Je nachdem, ob die Polarisationsrichtung (anti-)parallel oder transversal zur Bewegungsrichtung der Teilchen liegt, spricht man von *longitudinaler* oder *transversaler Spin-Polarisation* der Teilchenstrahlen.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit transversaler Spin-Polarisation und ihrer Anwendung für Präzisionsmessungen am e^+e^--Speicherring LEP ("Large Electron Positron Collider"). Im LEP werden mit einer Schwerpunktsenergie von 91.2 GeV Z-Bosonen produziert [ALT89]. Da das Z-Boson als einziges bekanntes Eichboson resonant erzeugt werden kann, eignet es sich in besonderem Maße für Präzisionstests des Standardmodells der elektroschwachen Wechselwirkung, das auf dem Niveau seiner Strahlungskorrekturen getestet wird. Die Strahlungskorrekturen hängen von den Massen des Top-Quarks und des Higgs-Teilchens sowie von möglicher "neuer Physik" ab. Präzise Messungen der Masse M_Z und der Zerfallsbreite Γ_Z des Z-Bosons erlauben daher innerhalb des Standardmodells insbesondere die Eingrenzung der Masse des Top-Quarks [ALT89]. Zusammen mit Messungen der W-Masse und des elektroschwachen Mischungswinkels wird die Konsistenz der elektroschwachen Theorie detailliert getestet. Die Genauigkeit solcher Präzisionstests des Standardmodells kann durch den Einsatz polarisierter Teilchenstrahlen entscheidend erhöht werden.

Transversal polarisierte Teilchenstrahlen eröffnen die Möglichkeit, die mittlere Energie der im LEP zur Kollision gebrachten Teilchen mindestens 40 mal genauer als mit allen anderen bekannten Methoden zu messen. Die Schwerpunktsenergie der Teilchen bestimmt die absolute Energieskala, aus der sich die Masse und die Zerfallsbreite des Z-Bosons ergeben. Die präzise Bestimmung der absoluten Energieskala mittels transversal polarisierter Teilchenstrahlen wurde in der Vergangenheit bei niedrigerer Energie für die

Messung verschiedener Teilchenmassen erfolgreich durchgeführt [SHA89].

Werden die Z-Bosonen mit longitudinal polarisierten Teilchenstrahlen produziert, dann wird eine zusätzliche Information in die Messung der paritätsverletzenden elektroschwachen Wechselwirkung eingeführt. Mit dem unabhängig gemessenen Polarisationsgrad wird der elektroschwache Mischungswinkel $\sin^2\theta_w^{\mathrm{eff}}$ mit einer stark verbesserten Genauigkeit bestimmt. Die Präzisionsmessung von $\sin^2\theta_w^{\mathrm{eff}}$ mit longitudinal polarisierten Teilchenstrahlen wird seit 1992 am Linearbeschleuniger SLC am SLAC durchgeführt [ABE94]. Aufgrund der erreichten Fortschritte in der Optimierung des transversalen Polarisationsgrades wurde diese Messung am LEP erneut vorgeschlagen [ALE94].

Der erste Teil der vorliegenden Arbeit beschreibt theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Verständnis depolarisierender Effekte und zur Optimierung des transversalen Polarisationsgrades im LEP. In e^+e^--Speicherringen polarisieren sich die Teilchenstrahlen transversal über den Sokolov-Ternov-Effekt auf bis zu 92.4% [SOK64]. Durch depolarisierende Prozesse wird der erreichbare Polarisationsgrad jedoch auf deutlich unter 92.4% begrenzt. LEP ist der e^+e^--Speicherring, in dem Polarisation bei der bisher höchsten Strahlenergie gemessen wird. Das Verständnis und die Kontrolle depolarisierender Effekte ist von zentraler Bedeutung, da ihr Einfluß mindestens quadratisch mit der Strahlenergie anwächst [CHA83]. Ihr genaues Studium bildete daher einen Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit.

Im zweiten Teil der Arbeit werden Anwendungen polarisierter Teilchenstrahlen am LEP-Speicherring diskutiert. Hauptsächlich werden dabei die Präzisionsmessungen der Masse und Zerfallsbreite des Z-Bosons im Jahre 1993 dargestellt. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde insbesondere die Genauigkeit der Energiemessung mit transversal polarisierten Teilchenstrahlen studiert. Die 1993 im LEP gemessene Variation der Strahlenergie wird gezeigt, und die resultierenden experimentellen Fehler in der Masse und der Zerfallsbreite des Z-Bosons werden diskutiert. Als interessanter Nebeneffekt wird der Einfluß der Gezeitenkräfte von Sonne und Mond auf die LEP-Strahlenergie gezeigt. Abschließend werden die Möglichkeiten für die Präzisionsmessung des elektroschwachen Mischungswinkels und die Massenbestimmung des W-Bosons mit polarisierten Teilchenstrahlen kurz betrachtet.

Ich hatte im Rahmen meiner Arbeit Gelegenheit, zu verschiedenen Aspekten des Polarisationsprojektes direkt beizutragen. Mein wichtigster Beitrag war die Erhöhung des Polarisationsgrades im LEP. Empirische Methoden zur Polarisationsoptimierung, wie sie beispielsweise bei PETRA und HERA angewandt wurden, können am LEP nicht verwendet werden, da der Polarisationsaufbau zu langsam ist. Ich habe eine deterministische Methode entwickelt, die auf Messungen des Gleichgewichtsorbits basiert und die schnelle Erhöhung des transversalen Polarisationsgrades erlaubt. Der erfolgreiche Einsatz dieser Methode im LEP ermöglicht regelmäßige Messungen der Strahlenergie und schafft die notwendige Grundlage für den Betrieb mit longitudinal polarisierten Teilchenstrahlen.

Wegen des hohen Polarisationsgrades konnte ich verschiedene Messungen vorschlagen und durchführen, die vorher nicht möglich waren. Die Ergebnisse erlauben unter anderem erstmals experimentell abgesicherte Vorhersagen zum Polarisationsgrad im LEP2. Ich habe mich an den regelmäßigen Messungen der Strahlenergie im LEP beteiligt und war hauptverantwortlich für die Abschätzung des Meßfehlers. Darüber hinaus habe ich bei der Programmentwicklung für das LEP-Polarimeter mitgearbeitet.

Kapitel 2

Der LEP-Speicherring

LEP ("Large Electron Positron Collider") ist ein Zirkularbeschleuniger, in dem Elektronen (e^-) und Positronen (e^+) gespeichert und zur Kollision gebracht werden. Mit einem Umfang von etwa 27 km ist er der größte von Menschenhand gebaute Beschleuniger. In der ersten Ausbaustufe (LEP1) erreicht LEP eine Energie von bis zu 50 GeV pro Einzelstrahl und dient der Untersuchung des Z-Bosons [ALT89]. Ab 1996 ist der Betrieb bei einer Energie von etwa 90 GeV pro Einzelstrahl vorgesehen (LEP2). Dann sollen die Eigenschaften des W-Bosons genau untersucht werden.

Der LEP-Speicherring [LEP84] besteht aus acht Kreisbögen und acht geraden Abschnitten. In den Kreisbögen sorgen Dipolmagnete für die kreisförmige Ablenkung der Teilchen. In den geraden Abschnitten sind Teilchendetektoren, Wiggler, elektrostatische Separatoren und Radiofrequenz-Kavitäten installiert. Die Elektronen und Positronen werden bis zu einer Energie von 20 GeV im SPS-Beschleuniger vorbeschleunigt, im LEP injiziert und dann mittels der Radiofrequenz-Kavitäten auf ihre nominelle Energie beschleunigt. Die gleichzeitig im LEP zirkulierenden Elektronen- und Positronenstrahlen bewegen sich in entgegengesetzten Richtungen. In jedem der beiden Strahlen werden die Teilchen in einer Anzahl von *Teilchenpaketen* zusammengefaßt. Ursprünglich wurde LEP mit vier Teilchenpaketen pro Strahl betrieben. Die Elektronen- und Positronenpakete kollidieren in diesem Fall in den acht geraden Abschnitten des LEP-Speicherringes, in den sogenannten *Wechselwirkungspunkten*. Die vier Teilchendetektoren L3, ALEPH, OPAL und DELPHI sind um die Wechselwirkungspunkte 2, 4, 6 und 8 herum aufgebaut. In den übrigen Wechselwirkungspunkten 1, 3, 5 und 7 werden die Teilchenstrahlen durch elektrostatische Separatoren vertikal getrennt, so daß keine Kollisionen auftreten.

Mit einer höheren Anzahl von Teilchenpaketen kann die Wechselwirkungsrate in den LEP-Detektoren (*Luminosität*) erhöht werden (z.B. [JOW93b]). Seit Ende 1992 wird LEP mit acht Teilchenpaketen pro Strahl betrieben. Da in diesem Fall die Elektronen- und Positronenpakete auch in der Mitte der acht Kreisbögen des LEP-Speicherringes miteinander kollidieren, werden die Teilchenstrahlen mittels elektrostatischer Separatoren in den Kreisbögen horizontal getrennt. Am LEP wird das sogenannte *Pretzel-Schema* verwendet, durch das die Strahlen mittels horizontaler Orbitoszillationen im gesamten Bereich der Kreisbögen separiert werden [BAI93]. Eine Zusammenstellung wichtiger LEP-Parameter für das Jahr 1993 findet sich in Tabelle 2.1. Im folgenden sollen einige der später benötigten Begriffe und Zusammenhänge aus der Beschleunigerphysik kurz eingeführt werden. Vollständigere Darstellungen der Materie finden sich beispielsweise bei [SAN70] oder [BRU72].

In der Beschleunigerphysik werden bestimmte Zusammenhänge üblicherweise vernachlässigt. So werden Änderungen der Teilchenbahnen durch Spin-Bahn-Kopplung, wie sie bei Stern-Gerlach-Experimenten auftreten, nicht berücksichtigt. Für die Bewegung geladener Teilchen in elektromagnetischen Feldern spielen sie keine praktische

Umfang	C_0	26658.87	m
Anzahl der Kollisionspunkte		4	
Anzahl der Teilchenpakete pro Strahl		4 oder 8	
Anzahl der Standardzellen (FODO)		244	
Länge der Standardzellen		79	m
Magnetische Dipollänge pro Halbzelle		35.01	m
Ablenkwinkel pro Halbzelle		11.3	mrad
Bahnradius in den Dipolen	ρ	3096.4	m
Betatronphasenvorschub pro Zelle	μ_x, μ_y	90°, 60°	
Betatron-Wellenzahlen	Q_x, Q_y	90.27, 76.19	
"Momentum-Compaction-Faktor"	α	1.860	$\cdot 10^{-4}$
RF-Frequenz	f_{RF}	352 254 170	Hz
Umlauffrequenz	f_{rev}	11 245.5041	Hz
Länge der aktiven RF-Struktur		272.38	m
Nominelle Strahlenergie für Kollisionen	E	45.6	GeV
Synchrotronstrahlungsverlust pro Umlauf	U_0	124.6	MeV
Transversale Dämpfungszeit	τ_x	65	ms
Natürliche horizontale Emittanz	ϵ_x	11.9	$\pi \cdot$nm
Relative Energiestreuung	σ_E/E	7.01	$\cdot 10^{-3}$
Betatronfunktionen in Kollisionspunkten	β_x^*, β_y^*	1.25, 0.05	m
RF-Spannung	V_{RF}	266	MV
Synchrotron-Wellenzahl	Q_s	0.07	

Tabelle 2.1: *Eine Auswahl wichtiger Parameter des LEP-Speicherringes für das Jahr 1993. Die Strahlparameter gelten für einen Einzelstrahl im idealen LEP [JOW93b]. Für den tatsächlichen Betrieb wurden insbesondere die Parameter Q_x, Q_y und Q_s optimiert.*

Rolle [DER90a, DER90b], und es genügt die Bahngleichungen klassischer geladener Teilchen zu betrachten. Eine interessante Ausnahme stellt die Bahnbewegung neutraler Teilchen mit Spin in Speicherringen dar [PAU90].

2.1 Beschleuniger-Koordinatensystem

In Abb. 2.1 wird eine schematische Darstellung des LEP-Speicherringes gezeigt. Die Anordnung der Ablenkmagnetfelder $B_0(s)$ bestimmt den *Idealorbit*. Der Idealorbit gibt für einen fehlerfreien Beschleuniger die Bahn an, die ein Referenzteilchen ohne Synchrotronstrahlung beschreiben würde. Im fehlerfreien LEP-Speicherring zeigen alle Dipolfelder in die vertikale Richtung $\hat{e}_y$. Das sogenannte Beschleuniger-Koordinatensystem $(\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_s)$

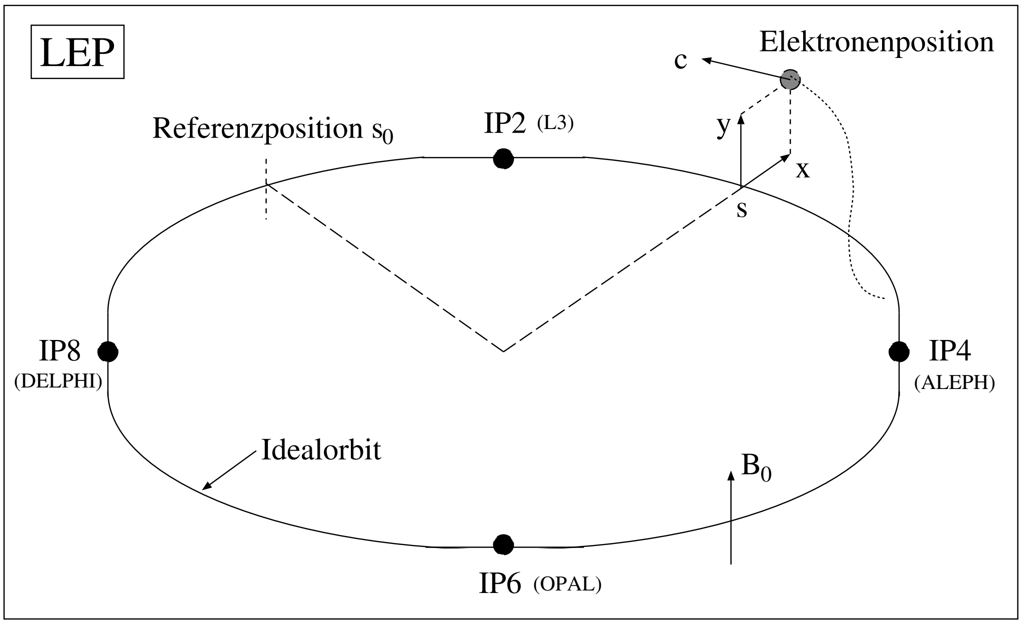


Abbildung 2.1: *Schematische Darstellung des LEP-Speicherringes. Die Strahlablenkung wird durch das vertikale Magnetfeld B_0 bewirkt, welches die Teilchen auf eine kreisförmige und ebene Bahn zwingt. Bei fehlerfreier Anordnung aller elektromagnetischen Elemente im Beschleuniger folgt ein Elektron, das keine Synchrotronstrahlung emittiert, dem sogenannten Idealorbit. Mit dem Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_0$ eines Teilchens auf dem Idealorbit und der vertikalen Richtung $\hat{e}_y$ wird das Beschleuniger-Koordinatensystem definiert. Transversale Ablagen x und y der Teilchen vom Idealorbit kommen durch Synchrotronstrahlung und Feld- und Aufstellungsfehler im Beschleuniger zustande. Die Position des Teilchens im Speicherring wird relativ zu einer Referenzposition s_0 mit s bezeichnet. In den geraden Wechselwirkungspunkten (IP's) am LEP sind die großen Teilchendetektoren aufgebaut.*

wird mit der vorgebenen vertikalen Richtung $\hat{e}_y$ folgendermaßen definiert:

$$\hat{e}_x = \frac{\vec{v}_0 \times \hat{e}_y}{|\vec{v}_0 \times \hat{e}_y|} \qquad \text{und} \qquad \hat{e}_s = \frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|} \,. \tag{2.1}$$

Dabei bezeichnet $\vec{v}_0$ den Geschwindigkeitsvektor des Referenzteilchens. Der Idealorbit liegt in der durch $\hat{e}_x$ und $\hat{e}_s$ aufgespannten Ebene. Durch den Prozeß der Synchrotronstrahlung und durch Feld- und Aufstellungsfehler der Magnete kommen für ein Teilchen transversale Ablagen x und y vom Idealorbit zustande.

Die Bahnbewegung in Speicherringen ist periodisch und wird deswegen im allgemeinen nicht als Funktion der Zeit t angegeben. Statt dessen wird die *Azimutposition* s eingeführt. Ausgehend von einer Referenzposition s_0, für die $s = 0$ gewählt wird, läuft s in Richtung der Positronen bis zum Wert $C_0 = 26658.87$ m. C_0 ist die Länge des Idealorbits für einen vollen Umlauf. Alternativ wird der *verallgemeinerte Azimutwinkel* $\theta = s/R$ verwendet. Dabei bezeichnet R den *mittleren Radius* der Teilchenbahn.

2.2 Bahnoszillationen

Die vertikalen Dipolfelder B_0 im LEP bewirken die periodische Ablenkung des Teilchenstrahles in der horizontalen Ebene. Um die Teilchen im Speicherring auf stabilen Bahnen zu halten, sind jedoch zusätzlich Quadrupolfelder $\vec{b}$ notwendig:

$$\vec{b} = \hat{e}_x \frac{\partial B_x}{\partial y} y_Q + \hat{e}_y \frac{\partial B_y}{\partial x} x_Q \; . \tag{2.2}$$

Dabei bezeichnen $\partial B_x / \partial y$ und $\partial B_y / \partial x$ die Feldgradienten des verwendeten Quadrupolmagneten. x_Q und y_Q bezeichnen die Ablagen eines Teilchens vom Zentrum des Quadrupols. Sie stimmen nur dann mit den zuvor eingeführten transversalen Ablagen x und y überein, wenn das Quadrupolzentrum auf dem Idealorbit liegt.

Durchquert ein Teilchen einen Quadrupol mit einer vertikalen Ablage y_Q, dann erfährt es ein horizontales magnetisches Feld und dadurch eine vertikale Bahnablenkung. Abhängig vom Vorzeichen des Feldgradienten wird es in Richtung des Idealorbits abgelenkt (fokussiert) oder noch weiter ausgelenkt (defokussiert). In den LEP-Quadrupolen sind die Feldgradienten $\partial B_x / \partial y$ und $\partial B_y / \partial x$ von gleicher Größe, aber von entgegengesetztem Vorzeichen. Die Quadrupole wirken daher jeweils fokussierend in der einen Ebene und defokussierend in der anderen. Durch die abwechselnde Anordnung von fokussierenden und defokussierenden Quadrupolen wird die starke Fokussierung der Teilchenstrahlen in beiden transversalen Ebenen erreicht. Beschleuniger mit einem solchen Aufbau werden als "Alternating Gradient Synchrotrons" (AGS) bezeichnet [COU58].

Die magnetische Struktur des LEP-Speicherringes besteht in den Kreisbögen aus vielen identischen FODO-Zellen. Eine FODO-Zelle umfaßt einen fokussierenden Quadrupol (F), einen Dipol (O), einen defokussierenden Quadrupol (D) und einen weiteren Dipol (O). Ihre schematische Darstellung ist in Abb. 2.2 gezeigt. Die angegebenen fokussierenden Eigenschaften der Quadrupole im LEP beziehen sich dabei stets auf die horizontale Ebene. In einer einfachen optischen Analogie können Quadrupole mit Linsen verglichen werden, die konkav in der einen und konvex in der anderen Ebene sind. Da die Strahlen durch das Zentrum der defokussierenden Linsen gehen, haben diese keinen Effekt, und insgesamt resultiert die benötigte Strahlfokussierung. Das wird in Abb. 2.2 für die beiden transversalen Bahnebenen schematisch gezeigt.

Die auf die Teilchen wirkenden Dipol- und Quadrupolfelder sind stationär und periodisch in s. In der Beschleunigerphysik wird gezeigt, daß die Teilchen in einem stark fokussierenden AGS periodische Betatronschwingungen $x_\beta(s)$ ausführen (z.B. [SAN70]):

$$x_\beta(s) = \sqrt{\epsilon_x \beta_x(s)} \cos\left[\psi_x(s) + \phi_x\right] \qquad , \qquad Q_x = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{ds}{\beta_x(s)} \tag{2.3}$$

und entsprechend für die vertikale Ebene. $\epsilon_{x,y}$ bezeichnet die *Strahlemittanz*. Die *Betatronfunktion* $\beta_{x,y}(s)$ ist eine periodische Funktion, die durch die fokussierenden Eigenschaften im gesamten Speicherring bestimmt wird. Ihr inverser Wert ist ein Maß für die Stärke der Fokussierung in der jeweiligen Ebene. Die Teilchen haben alle verschiedene Phasen $\phi_{x,y}$, und die Einhüllende der möglichen Teilchenbahnen ist durch $\sqrt{\epsilon\beta(s)}$ gegeben. Die *Q-Werte* Q_x und Q_y geben die Anzahl der pro Umlauf ausgeführten Betatronoszillationen an. Sie werden über die Quadrupolstärken eingestellt. Der Betatronphasenvorschub

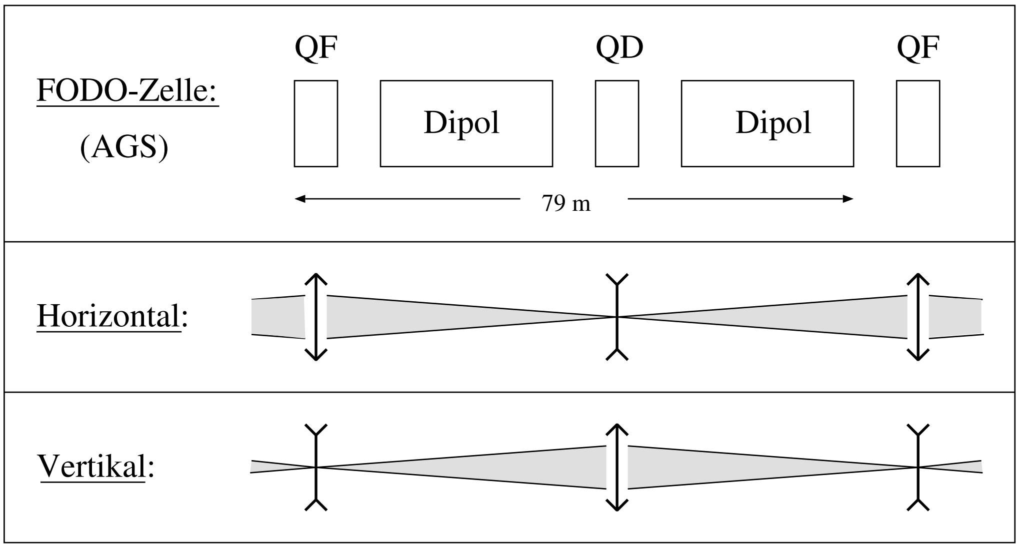


Abbildung 2.2: *Schematische Darstellung einer FODO-Zelle im LEP. QF bezeichnet einen horizontal fokussierenden und QD einen horizontal defokussierenden Quadrupol. In einer einfachen optischen Analogie werden die Quadrupole mit Linsen verglichen, die konkav in der einen Ebene und konvex in der anderen sind. Dann ist leicht zu sehen, daß die defokussierenden Linsen einen wesentlich kleineren Einfluß auf die Strahlen haben als die fokussierenden. Insgesamt werden die Strahlen in beiden Ebenen fokussiert.*

$\Delta\psi_{x,y}$ pro FODO-Zelle bestimmt unter anderem die Q-Werte und die *Strahloptik* in den Kreisbögen. Für LEP wurde im Jahre 1993 eine sogenannte 90°/60°-Optik verwendet, d.h. $\Delta\psi$ pro FODO-Zelle betrug 90° in der horizontalen und 60° in der vertikalen Ebene.

Bisher wurden Teilchen mit der Referenzenergie E_0 betrachtet. Durch Synchrotronstrahlung emittieren Elektronen und Positronen jedoch in zufälligen Abständen Quanten. Dadurch wird ihre Energie geändert, und die Teilchen führen in der Folge longitudinale Energieschwingungen (*Synchrotronschwingungen*) um die Referenzenergie E_0 aus. Die sogenannte *Synchrotronzahl* Q_s gibt die Anzahl der Synchrotronschwingungen pro Teilchenumlauf an. Die Fokussierung im longitudinalen Phasenraum wird durch Wahl einer geeigneten Phase der beschleunigenden RF-Spannung erreicht (vergleiche z.B. [SAN70]).

Bei einer um ΔE geänderten Teilchenenergie treten neben longitudinalen Synchrotronoszillationen auch Änderungen in den horizontalen und vertikalen Teilchenbahnen auf. In einer sehr guten Näherung gilt:

$$x_D(s) = D_x(s)\frac{\Delta E(s)}{E_0} \qquad \text{und} \qquad y_D(s) = D_y(s)\frac{\Delta E(s)}{E_0}\,. \tag{2.4}$$

Die *horizontale Dispersion* D_x ist im wesentlichen durch die Strahloptik vorgegeben, während die *vertikale Dispersion* D_y durch Unvollkommenheiten im Speicherring zustande kommt.

2.3 Gleichgewichtsorbit

Die Bahnbewegung der Teilchen in einem e^+e^--Speicherring ist durch einen komplizierten Gleichgewichtszustand gekennzeichnet. Transversale Bahnoszillationen werden beispielsweise einerseits durch Synchrotronstrahlung angeregt, andererseits durch den gleichen Prozeß jedoch auch gedämpft. Es würde hier zu weit führen, diesen Gleichgewichtszustand detailliert zu beschreiben. Umfassende Darstellungen der Materie finden sich beispielsweise in [SAN70] oder [BRU72].

In einem Speicherring mit Feld- und Aufstellungsfehlern der Magnete erfahren die Teilchen stationäre elektromagnetische Felder, deren Stärken und Richtungen sich von ihren Sollwerten leicht unterscheiden. Ein nicht-strahlendes Referenzteilchen folgt dann nicht mehr dem Idealorbit, sondern einem gestörten periodischen Orbit, um den herum alle anderen Teilchen Betatron- und Synchrotronoszillationen ausführen. Der Schwerpunkt der Teilchenverteilung folgt dabei dem gestörten Referenzorbit, der im folgenden als *Gleichgewichtsorbit* ("closed orbit") bezeichnet wird.

In der Beschleunigerphysik wird gezeigt, daß in allen praktischen Fällen eine geschlossene Lösung des Teilchentransports im Speicherring existiert. Diese periodische Lösung definiert den Gleichgewichtsorbit. Während die Bahnen der einzelnen Teilchen nicht geschlossen sind, folgt der Schwerpunkt der Teilchenverteilung Umlauf nach Umlauf der gleichen Bahn. Die horizontalen und vertikalen Ablagen des Gleichgewichtsorbits vom Idealorbit seien mit $x_{co}(s)$ und $y_{co}(s)$ bezeichnet. Die transversale Position eines Teilchens im Speicherring ergibt sich insgesamt zu:

$$x(s) = x_{co}(s) + x_\beta(s) + x_D(s)\,, \tag{2.5}$$

$$y(s) = y_{co}(s) + y_\beta(s) + y_D(s)\,. \tag{2.6}$$

In stark fokussierenden Speicherringen werden Störungen des Gleichgewichtsorbits durch die Magnetfelder dominiert, die durch Strahlablagen von den Quadrupolzentren entstehen. Daher ist es notwendig, die Ablagen des Gleichgewichtsorbits von den Zentren der Quadrupole zu messen, und die Strahlpositionsmonitore sind direkt auf die Quadrupole montiert. Da die Zentren der Quadrupole gegen den Idealorbit und die Strahlpositionsmonitore gegen die Zentren der Quadrupole verrückt sein können, werden nicht direkt $x_{co}(s)$ und $y_{co}(s)$ gemessen. Verglichen mit den unkorrigierten Orbitablagen sind die Unterschiede jedoch klein. Wie später gezeigt wird, begrenzen diese Ungenauigkeiten in der Kenntnis des Gleichgewichtsorbits allerdings die Güte des korrigierten Orbits und den erreichbaren Polarisationsgrad.

Kapitel 3

Transversale Spin-Polarisation in e^+e^--Speicherringen

Lostukov, Korovina und Ternov sagten 1961 aufgrund theoretischer Studien voraus, daß sich Elektronen und Positronen, die in einem Speicherring mit homogenem magnetischen Feld zirkulieren, spontan polarisieren [TER62]. Sokolov und Ternov berechneten diesen Prozeß in der Folge detailliert [SOK64]. Seitdem wurde in allen e^+e^-- Speicherringen, in denen Polarisation studiert wurde, spontane Selbstpolarisation gefunden und in zahlreichen experimentellen und theoretischen Arbeiten untersucht. Übersichtsartikel finden sich beispielsweise bei [JAC76, MON84, YOK85, SHA90, BUO94]. In diesem Kapitel wird ein knapper Abriß der Theorie polarisierter Teilchenstrahlen in e^+e^-- Speicherringen gegeben. Schwerpunkte werden auf die Darstellung der Effekte gelegt, die am LEP erstmals oder vertieft studiert werden konnten.

Theoretische Studien bildeten einen wichtigen Bestandteil der vorliegenden Arbeit. Indem einige zentrale theoretische Zusammenhänge quantitativ ausgewertet wurden, konnten depolarisierende Effekte in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern des Speicherringes konkret vorhergesagt werden. Das dabei gewonnene Verständnis ermöglichte im Rahmen dieser Arbeit die gezielte Durchführung wichtiger Experimente und erlaubte unter anderem die Erhöhung des Polarisationsgrades im LEP.

Der besseren Verständlichkeit wegen wird die Darstellung im folgenden auf Elektronen beschränkt. Analog gelten alle Ergebnisse aber auch für Positronen.

3.1 Spin und Polarisation

Ein Elektron der Masse m_e und der elektrischen Ladung e besitzt einen intrinsischen Eigendrehimpuls, der als *Spin* bezeichnet wird. Der Spin ist ein quantenmechanisches Phänomen und hat in der klassischen Physik kein Analogon. Er wird durch einen quantenmechanischen Operator $\hat{S}$ beschrieben. Bei Messung längs einer beliebig wählbaren Quantisierungsachse kann der Elektronenspin die Werte $\pm\hbar/2$ annehmen. Aus dem Spin des Teilchens resultiert in seinem Ruhesystem ein magnetisches Moment:

$$\hat{\mu} = g \underbrace{\frac{e\hbar}{2m}}_{\text{Magneton}} \frac{\hat{S}}{\hbar}\,, \tag{3.1}$$

das eine Wechselwirkung mit äußeren elektromagnetischen Feldern bewirkt und die Messung des Spins ermöglicht. c bezeichnet die Lichtgeschwindigkeit und g den sogenannten g-Faktor des Teilchens. Für Elektronen gilt:

$$g = 2(1+a) \qquad \text{mit} \quad a = 0.001159652193(10)\,. \tag{3.2}$$

Das mit dem Elektronenspin verbundene magnetische Moment ist doppelt so groß wie das einer klassischen, mit dem Drehimpuls $\hbar/2$ rotierenden, geladenen Kugel. Die Tatsache, daß das anomale magnetische Moment a des Elektrons von Null verschieden ist, führt zu einem komplizierten Verhalten des Elektronenspins.

Für ein einzelnes Teilchen wird ein klassischer *Spinvektor* $\vec{S}$ eingeführt. $\vec{S}$ ist als Erwartungswert des Spinoperators in Einheiten von $\hbar/2$ bezüglich verschiedener orthogonaler Quantisierungsachsen definiert. Da sich die Mittelwerte quantenmechanischer Größen nach den klassischen Gleichungen bewegen (Ehrenfestsches Theorem), ermöglicht diese Definition des Spinvektors die klassische und deterministische Beschreibung der Spindynamik in statischen elektromagnetischen Feldern (vergleiche z.B. [BUO94]).

Der *Polarisationsvektor* $\vec{P}$ wird als der statistische Mittelwert der Spinvektoren für N Teilchen definiert:

$$\vec{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \vec{S}_i \, . \tag{3.3}$$

Der Betrag des Polarisationsvektors ist der *Polarisationsgrad* P. Äquivalent zu dieser Definition ist die quantenmechanische Definition des Polarisationsgrades. Bei Messung der Spins aller Teilchen entlang der Richtung des Polarisationsvektors folgt der Polarisationsgrad P aus der Anzahl der gemessenen Spins parallel ($\uparrow$) und antiparallel ($\downarrow$) zur Quantisierungsachse:

$$P = \left| \frac{N_\uparrow - N_\downarrow}{N_\uparrow + N_\downarrow} \right| \, . \tag{3.4}$$

Der Polarisationsgrad eines Teilchenensembles liegt zwischen 0 und 1.

3.2 Selbstpolarisation der Teilchen

Der Prozeß der Selbstpolarisation in e^+e^--Speicherringen, auch bekannt als Sokolov-Ternov-Effekt, bietet die einzige Möglichkeit, Elektronen mit signifikanter Polarisation über längere Zeiträume in Zirkularbeschleunigern zu speichern. Darüber hinaus ist dieser Prozeß die zur Zeit einzige praktikable Quelle polarisierter Positronen.

3.2.1 Sokolov-Ternov Effekt

Die in einem Speicherring zirkulierenden Elektronen unterliegen einer kontinuierlichen Kreisbeschleunigung, die zum Auftreten von Synchrotronstrahlung führt. Die Strahlungsleistung $\mathcal{P}$ im Falle der Kreisbeschleunigung in einem homogenen Magnetfeld wird in der klassischen Elektrodynamik berechnet und ergibt sich für ultrarelativistische Teilchen (Geschwindigkeit $|\vec{v}| \approx c$) zu [JAC75]:

$$\mathcal{P} = \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{\rho^2} \frac{E^4}{(mc^2)^4} = \frac{2}{3} \frac{e^2 \gamma^4 c}{\rho^2} \, . \tag{3.5}$$

Dabei bezeichnet ρ den Radius der Kreisbahn, E die Energie und γ den relativistischen Lorentz-Faktor der Teilchen. Das angegebene klassische Ergebnis gilt für Elektronen ohne

Spin, deren Bahn durch die Quantenabstrahlung nicht gestört wird. Eine vollständige quantenmechanische Berechnung führt auf kleine Korrekturterme, die den Effekt der Bahnänderung durch Photonabstrahlung und den Einfluß des Elektronenspins berücksichtigen [CHA81a]. Bezogen auf den Spin müssen zwei Fälle unterschieden werden:

1. Quantenabstrahlung ohne Änderung des Spins.
2. Quantenabstrahlung mit Umklappen des Spins.

Der zweite Prozeß wird für einen Speicherring mit homogenem Magnetfeld entlang $\hat{e}_y$, in dem sich die Elektronen entlang $\hat{e}_s$ bewegen, betrachtet. Für diesen Fall ergibt sich aus der Lösung der Dirac-Gleichung die folgende Übergangsrate $\mathcal{R}$ [SOK64, CHA81a]:

$$\mathcal{R} = \frac{5\sqrt{13}}{16} \frac{e^2\gamma^5\hbar}{m^2c^2\rho^3} \left[1 - \frac{2}{9}\left(\vec{S}\cdot\hat{e}_s\right)^2 + \frac{8}{5\sqrt{3}}\left(\vec{S}\cdot\hat{e}_y\right)\right] . \tag{3.6}$$

Hier bezeichnet $\vec{S}$ der Spinvektor vor Photonemission. Mittels Multiplikation mit der mittleren Energie $\hbar\omega_c = 3\hbar\gamma^3 c/\rho$ der abgestrahlten Photonen erhält man aus $\mathcal{R}$ die mittlere Leistung des betrachteten Prozesses. Der Vergleich mit Gl. 3.5 zeigt, daß nur ein sehr kleiner Teil der Synchrotronstrahlung mit einem Umklappen des Elektronenspins verbunden ist. So emittiert ein einzelnes Elektron im LEP im Mittel $1.2 \cdot 10^{11}$ Photonen unter Erhaltung seines Spins, bevor ein einziges Photon mit Umklappen des Spins emittiert wird.

Bezüglich der Richtung $\hat{e}_y$ des Magnetfeldes werden zwei Übergangsraten $\mathcal{R}_{\uparrow\downarrow}$ und $\mathcal{R}_{\downarrow\uparrow}$ unterschieden. $\mathcal{R}_{\uparrow\downarrow}$ beschreibt die Übergangsrate für das Umklappen des Spins vom zum Magnetfeld parallelen Zustand ($\uparrow$) zum antiparallelen Zustand ($\downarrow$). $\mathcal{R}_{\downarrow\uparrow}$ gibt die Übergangsrate für die umgekehrte Richtung an. Für den Fall, daß alle Spinvektoren parallel oder antiparallel zu $\hat{e}_y$ sind, folgt aus Gl. 3.6:

$$\mathcal{R}_{\uparrow\downarrow} = \frac{5\sqrt{13}}{16} \frac{e^2\gamma^5\hbar}{m^2c^2\rho^3} \left[1 + \frac{8}{5\sqrt{3}}\right] , \tag{3.7}$$

$$\mathcal{R}_{\downarrow\uparrow} = \frac{5\sqrt{13}}{16} \frac{e^2\gamma^5\hbar}{m^2c^2\rho^3} \left[1 - \frac{8}{5\sqrt{3}}\right] . \tag{3.8}$$

Die Übergangsrate $\mathcal{R}_{\uparrow\downarrow}$ ist wesentlich größer als die Übergangsrate $\mathcal{R}_{\downarrow\uparrow}$ für den inversen Prozeß. Diese Ungleichheit führt dazu, daß anfänglich unpolarisierte Elektronen mit der Zeit eine Polarisation antiparallel zum Magnetfeld im Speicherring aufbauen. Die anfängliche Gleichverteilung der Spins bezüglich der vertikalen Richtung wird aufgehoben. Dieser natürliche Polarisationsaufbau ist auch als Sokolov-Ternov-Effekt bekannt [SOK64]. Ein Gleichgewichtszustand tritt dann ein, wenn die Anzahl der Elektronen mit antiparallelem Spin um so viel größer als die Anzahl der Elektronen mit parallelem Spin ist, daß pro Zeiteinheit in beiden Richtungen gleich viele Übergänge stattfinden. Der asymptotische Polarisationsgrad P_{ST} ist dann:

$$P_{\mathrm{ST}} = \frac{\mathcal{R}_{\uparrow\downarrow} - \mathcal{R}_{\downarrow\uparrow}}{\mathcal{R}_{\uparrow\downarrow} + \mathcal{R}_{\downarrow\uparrow}} = \frac{8}{5\sqrt{3}} = 92.4\% . \tag{3.9}$$

Es ist die Tatsache, daß das magnetische Feld in Speicherringen überwiegend in dieselbe vertikale Richtung zeigt, die eine Asymmetrie im Prozeß der Synchrotronstrahlung verursacht und zur Selbstpolarisation der Teilchenstrahlen führt. Falls vertikale Magnetfelder mit unterschiedlichen Vorzeichen auftreten, dann ist der erreichbare Polarisationsgrad auch im idealen Speicherring auf unter 92.4% begrenzt:

$$P_{\mathrm{ST}} = \frac{8}{5\sqrt{3}} \frac{\oint \rho(s)^{-3} \mathrm{d}s}{\oint |\rho(s)^{-3}| \, \mathrm{d}s} \leq 92.4\% \, . \tag{3.10}$$

Die Ringintegrale über den Krümmungsradius $\rho(s)$ der Teilchenbahnen berücksichtigen hier die Inhomogenität des Magnetfeldes. Die Anstiegszeit τ_p der Polarisation ergibt sich im allgemeinen Fall zu:

$$\tau_p^{-1} = \mathcal{R}_{\uparrow\downarrow} + \mathcal{R}_{\downarrow\uparrow} = \frac{5\sqrt{3}}{8} \frac{e^2 \gamma^5 \hbar}{m^2 c^2} \frac{\oint |\rho(s)^{-3}| \, \mathrm{d}s}{\oint \mathrm{d}s} \, . \tag{3.11}$$

Im LEP-Speicherring mit ausgeschalteten Wigglern folgt τ_p aus numerischer Integration über die Feldkonfiguration:

$$\tau_p = \frac{6.31 \text{ Stunden}}{(a\gamma/100)^5} \, . \tag{3.12}$$

Für die nominelle LEP1-Strahlenergie ist $a\gamma$ nahe 103.5, so daß die Anstiegszeit der Polarisation zwischen fünf und sechs Stunden beträgt. Diese lange Anstiegszeit wird verständlich, wenn man bedenkt, daß ein Elektron im LEP1 erst nach etwa $1.2 \cdot 10^{11}$ Quantenabstrahlungen ein Photon unter Umklappen seines Spins emittiert und gleichzeitig pro Elektron nur etwa 10^7 Photonen pro Sekunde abgestrahlt werden.

3.2.2 Polarisationsbeschleunigung durch asymmetrische Wiggler

Asymmetrische Wiggler ermöglichen eine Beschleunigung des Polarisationsaufbaus, indem die Anzahl der pro Zeiteinheit abgestrahlten Photonen deutlich erhöht wird [KON80]. Wiggler bestehen aus einer Reihe von vertikalen Dipolfeldern, die in den geraden Abschnitten des Ringes so angeordnet werden, daß eine geschlossene horizontale Beule in den Teilchenbahnen erzeugt wird. Die zusätzliche Kreisbeschleunigung führt zu verstärkter Synchrotronstrahlung, die im täglichen Beschleunigerbetrieb zur Kontrolle der Strahlemittanzen und der Strahlungsdämpfung eingesetzt wird. Durch die Regelung des Magnetstromes kann die Größe der Beule und die Menge der erzeugten Synchrotronstrahlung variiert werden.

Die Realisierung einer geschlossenen Beule im horizontalen Orbit erfordert die Verwendung von Dipolen mit Magnetfeldern parallel (B_+) und antiparallel (B_-) zur vertikalen Richtung. Dadurch wird nach Gl. 3.10 der asymptotische Polarisationsgrad auf unter 92.4% begrenzt. Um diesen unerwünschten Effekt zu minimieren, werden die Wiggler asymmetrisch ausgelegt. Für die mit einem Umklappen des Elektronenspins verbundene Übergangsrate $\mathcal{R}$ gilt nach Gl. 3.6:

$$\mathcal{R} \propto \rho^{-3}(s) \, . \tag{3.13}$$

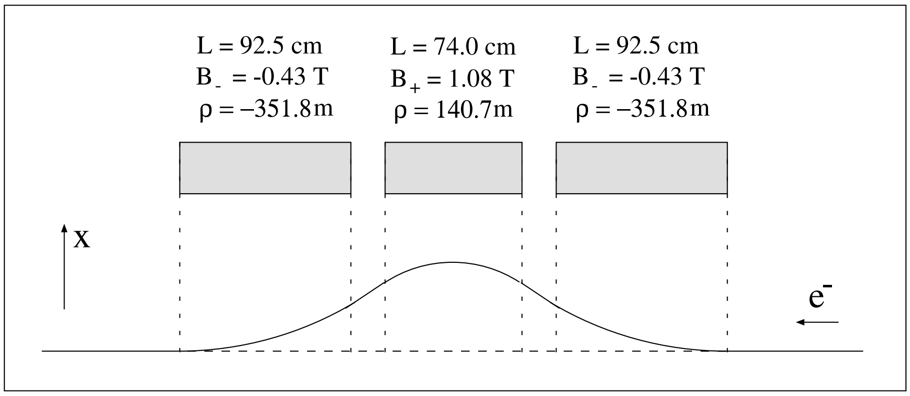


Abbildung 3.1: *Schematische Darstellung eines Dämpfungswigglers für nominelle Strahlenergie (45.6 GeV) im LEP. Die angegebenen Magnetfelder sind die Maximalfelder des Wigglers. Das Feldintegral $\int B dl$ über die Anordnung ist 0. Der Krümmungsradius der Bahn im zentralen Dipol ist klein verglichen mit dem im LEP-Führungsmagnetfeld (3096.2 m). Der Polarisationsaufbau rührt dann hauptsächlich von der Synchrotronstrahlung im zentralen Dipol her und wird beschleunigt. Die Asymmetrie r_W der Dämpfungswiggler beträgt 2.5, so daß die Reduktion des erreichbaren Polarisationsgrades klein bleibt.*

Damit die Reduktion des asymptotischen Polarisationsgrades gering ist, muß die dem natürlichen Prozeß entgegengesetzte Übergangsrate klein gehalten werden, d.h. ρ^3 innerhalb der B_- muß viel größer sein als ρ^3 innerhalb der B_+. Gleichzeitig muß das Feldintegral $\int B dl$ über den Wiggler verschwinden. Diese Bedingungen führen auf die folgende Wahl von B_+ und B_-:

1. B_+ mit einer Magnetlänge L.
2. $B_- = B_+/r_W$ mit einer Magnetlänge $r_W \cdot L$ und $r_W > 1$.

Je größer die Asymmetrie r_W des Wigglers ist, desto höher ist der erreichbare Polarisationsgrad. Die Stärke des Magnetfeldes B_+, welches parallel zum Führungsmagnetfeld ist, bestimmt dagegen, wie stark die Anstiegszeit der Polarisation reduziert wird.

Neben den beschriebenen Effekten verstärken Wiggler longitudinale Phasenraumoszillationen und damit die Energiebreite σ_E/E im Teilchenensemble. Der Einfluß asymmetrischer Wiggler auf den asymptotischen Polarisationsgrad, die Anstiegszeit und die Energiebreite im Teilchenensemble können analytisch berechnet werden [BLO88].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden verschiedene Experimente mit den asymmetrischen Dämpfungswigglern im LEP durchgeführt. Sie werden in Abschnitt 5.4 abgehandelt. Insgesamt gibt es vier Dämpfungswiggler beim LEP. Ihr schematischer Aufbau wird in Abb. 3.1 gezeigt. Sie sind an Orten möglichst geringer Dispersion aufgebaut und beeinflussen daher die Strahlemittanzen nur minimal. Ihre Auswirkungen auf die für die Polarisation wichtigen Parameter werden in Abb. 3.2 zusammengefaßt. Insbesondere vermögen die Dämpfungswiggler bei maximaler Anregung den Polarisationsaufbau um nahezu einen Faktor 3 zu beschleunigen.

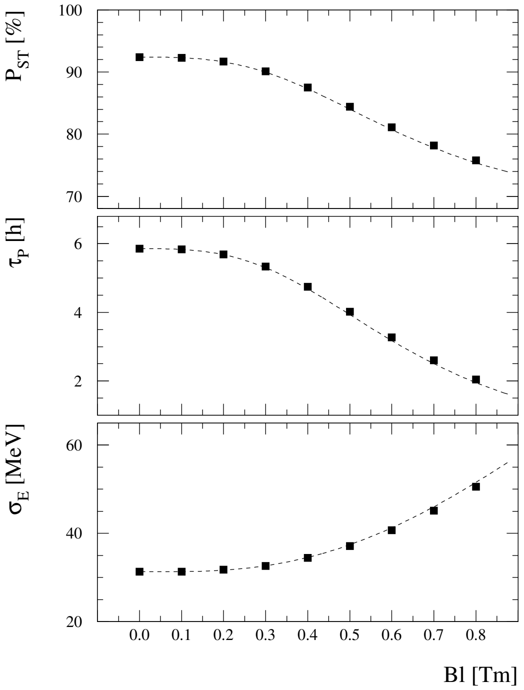


Abbildung 3.2: *Asymptotischer Polarisationsgrad P_{ST}, Anstiegszeit τ_p und Energiebreite σ_E als Funktion des Feldintegrals B_+l. Da sich das angegebene Feldintegral auf den einzelnen Dämpfungswiggler bezieht, ist das totale Feldintegral im LEP viermal größer. Die analytische Rechnung (Linie) wird für eine Strahlenergie von 44.7 GeV mit Resultaten des Simulationsprogrammes SODOM (Punkte) verglichen.*

3.2.3 Zeitlicher Verlauf des Polarisationsaufbaus

Mit ξ sei die Polarisation des Teilchenensembles in Einheiten der Sokolov-Ternov-Polarisation P_{ST} bezeichnet:

$$\xi = P/P_{\mathrm{ST}} \,. \tag{3.14}$$

Dabei ergibt sich P_{ST} aus Gl. 3.10. Über den Sokolov-Ternov-Effekt baut sich transversale Polarisation mit einer Rate $\lambda_p = 1/\tau_p$ auf. Durch depolarisierende Effekte, deren Natur später diskutiert wird, wirkt zur selben Zeit ein depolarisierender Prozeß mit der Rate $\lambda_d = 1/\tau_d$. Beide Raten sind unabhängig von der Ensemblepolarisation ξ. Die zeitliche Änderung von ξ ist dann gegeben durch:

$$\dot{\xi} = \frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t} = \lambda_p (1 - \xi) - \lambda_d \xi \,. \tag{3.15}$$

Sind die beiden Prozesse im Gleichgewicht, dann gilt $\dot{\xi} = 0$ und es resultiert die Gleichgewichtspolarisation ξ_∞:

$$\xi_\infty = \frac{\lambda_p}{\lambda_p + \lambda_d} = \frac{\tau_p^{\mathrm{eff}}}{\tau_p} \qquad \text{mit} \qquad \frac{1}{\tau_p^{\mathrm{eff}}} = \frac{1}{\tau_p} + \frac{1}{\tau_d} = \lambda_p + \lambda_d \,. \tag{3.16}$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ besitze das Teilchenensemble eine Polarisation ξ_0. Die vollständige Lösung zu Gl. 3.15 ergibt sich damit zu:

$$\xi(t) = \frac{\tau_p^{\mathrm{eff}}}{\tau_p} + \left(\xi_0 - \frac{\tau_p^{\mathrm{eff}}}{\tau_p}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_p^{\mathrm{eff}}}\right) \,. \tag{3.17}$$

Die Anstiegszeit τ_p wird mit großer Genauigkeit aus den Parametern des Speicherringes berechnet und kann ebenso wie P_{ST} als bekannt angenommen werden. Die einzige unbekannte Größe im Polarisationsaufbau ist daher die Depolarisationszeit τ_d, die sowohl die effektive Anstiegszeit τ_p^{eff} als auch den asymptotischen Polarisationsgrad P_∞ bestimmt:

$$P_\infty = \frac{P_{\mathrm{ST}}}{1 + \tau_p/\tau_d} \,. \tag{3.18}$$

Die experimentelle Bestimmung von τ_p^{eff} ermöglicht daher in e^+e^--Speicherringen die absolute Kalibration des gemessenen Polarisationsgrades. Aus Gl. 3.14 und Gl. 3.15 ergibt sich die folgende Beziehung:

$$\frac{\tau_p}{\tau_d} = \frac{P_{\mathrm{ST}}}{P(t)} - \frac{\tau_p}{P(t)} \frac{\mathrm{d}P(t)}{\mathrm{d}t} - 1 = \mathrm{const}\,. \tag{3.19}$$

Da $P(t)$ und $\mathrm{d}P(t)/\mathrm{d}t$ in relativ kurzer Zeit gemessen werden können, eröffnet die obige Gleichung die Möglichkeit, den asymptotischen Polarisationsgrad indirekt auf schnelle Art und Weise zu bestimmen.

3.3 Spindynamik

Die Teilchenbewegung in Speicherringen wird durch die Anordnung der elektromagnetischen Felder bestimmt, die dazu dienen, die Teilchen auf einer stabilen Bahn zu halten. Über das magnetische Moment wirken die elektromagnetischen Felder auf den Spin der Teilchen. Im folgenden werden die wichtigsten Eigenschaften der Spindynamik in e^+e^--Speicherringen eingeführt.

3.3.1 Die Thomas-BMT-Gleichung

Es wird zunächst ein ruhendes Elektron betrachtet. Die Präzessionsbewegung des Spinvekors $\vec{S}$ in einem Magnetfeld $\vec{B}$ wird dann über das magnetische Moment $\vec{\mu}$ aus Gl. 3.1 beschrieben:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{S}}{\mathrm{d}t} = \vec{\mu} \times \vec{B} = \underbrace{-\frac{ge}{2m}\,\vec{B}}_{\vec{\Omega}} \times \vec{S}\,. \tag{3.20}$$

In Speicherringen mit hohen Strahlenergien bewegen sich die Elektronen jedoch mit ultrarelativistischer Geschwindigkeit. In diesem Fall müssen die elektromagnetischen Felder einer Lorentz-Transformation unterzogen werden, und es ergibt sich die nach Thomas, Bargmann, Michel und Telegdi benannte Thomas-BMT-Gleichung [BAR59]. Sie beschreibt die Spinpräzession für relativistische Teilchen in einem homogenen elektromagnetischen Feld und wird hier in der von Chao verwendeten Form angegeben [CHA81a]:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{S}}{\mathrm{d}t} = \vec{\Omega}_{\mathrm{BMT}} \times \vec{S}\,, \tag{3.21}$$

$$\vec{\Omega}_{\mathrm{BMT}} = -\frac{e}{\gamma m}\left[(1 + a\gamma)\,\vec{B}_\perp + (1 + a)\,\vec{B}_\parallel - \left(a\gamma + \frac{\gamma}{1+\gamma}\right)\vec{\beta} \times \frac{\vec{E}}{c}\right]\,.$$

Dabei bezeichnen $\vec{B}_\perp$ und $\vec{B}_{||}$ die Komponenten des magnetischen Feldes $\vec{B}$ senkrecht und parallel zur Geschwindigkeit $\vec{\beta}c$ des Teilchens. Der Spinvektor $\vec{S}$ ist im Ruhesystem des Teilchens definiert, während die Felder im Laborsystem angegeben werden. Alle Einheiten sind MKS-Einheiten. Man erkennt, daß die Komplexität der Spindynamik in e^+e^--Speicherringen alleine darin begründet liegt, daß a von Null verschieden ist. Aus der Thomas-BMT-Gleichung lassen sich unter Beachtung der Einheiten folgende allgemeine Eigenschaften der Spinpräzession in elektromagnetischen Feldern herleiten:

1. Die Spinrotation durch ein elektrisches Feld $|\vec{E}|$ ist von der gleichen Größenordnung wie diejenige durch ein magnetisches Feld $|\vec{B}| = |\vec{E}|/c$. Einem magnetischen Feld von 1 T entspricht daher ein elektrisches Feld von $3 \cdot 10^8$ V/m. Elektrische Felder, die in Speicherringen eingesetzt werden, sind im allgemeinen wesentlich kleiner und ihr Beitrag zur Spinpräzession kann vernachlässigt werden.

2. Das longitudinale Magnetfeld $B_{||}$, welches benötigt wird, um den Spinvektor im Ruhesystem des Elektrons um 1 Radian zu rotieren, nimmt proportional mit dem Teilchenimpuls $\vec{p}$ zu. Aus Gl. 3.21 ergibt sich der folgende Wert:

$$\int B_{||}\,\mathrm{d}s \;\; [\mathrm{Tm/rad}] = -\frac{10.479\ \mathrm{Tm}/(\mathrm{GeV/c})}{\pi(1+a)}\,|\vec{p}|\,. \tag{3.22}$$

   Bei einem Teilchenimpuls von 45.6 GeV (LEP1) ist ein longitudinales Feldintegral von 477 Tm nötig, um den Spinvektor um 180° zu drehen. Longitudinale Magnetfelder, die durch Feld- und Aufstellungsfehler der Magnete zustande kommen, können daher für praktische Zwecke vernachlässigt werden.

3. Das transversale Magnetfeld $B_\perp$, welches benötigt wird, um den Spinvektor im Ruhesystem des Elektrons um 1 Radian zu rotieren, hängt von der Teilchengeschwindigkeit $\vec{\beta}$ ab. Aus Gl. 3.21 folgt:

$$\int B_\perp\,\mathrm{d}s \;\; [\mathrm{Tm/rad}] = -\frac{4.618\ \mathrm{Tm}}{\pi}\,|\vec{\beta}|\,. \tag{3.23}$$

   Für ultrarelativistische Teilchen ($|\vec{\beta}| \approx 1$) sind Spinrotationen durch transversale Magnetfelder mit zunehmender Strahlenergie von nahezu konstanter Stärke, während Spinrotationen durch longitudinale Magnetfelder immer weniger effektiv werden. Daher werden bei hohen Strahlenergien transversale Magnetfelder zur Durchführung von Spinmanipulationen bevorzugt.

4. In einem homogenen, rein transversalen Magnetfeld ist die Rotation des Geschwindigkeitsvektors durch die relativistische Zyklotronfrequenz $\vec{\Omega}_c = -(e/\gamma m)\vec{B}_\perp$ gegeben. Der Spinvektor des Teilchens rotiert relativ zu $\vec{\Omega}_c$ mit der Frequenz $\vec{\Omega}_a$:

$$\vec{\Omega}_a = \vec{\Omega}_{\mathrm{BMT}} - \vec{\Omega}_c = a\gamma\left[-\frac{e}{\gamma m}\vec{B}_\perp\right] = a\gamma\,\vec{\Omega}_c\,. \tag{3.24}$$

   Der Spinvektor präzessiert daher um einen Winkel $a\gamma\alpha$, während die Teilchenbahn um einen Winkel α gedreht wird. Diese Beziehung besitzt zentrale Bedeutung. Sie bewirkt einerseits, daß depolarisierende Effekte mit zunehmender Strahlenergie immer wichtiger werden, ermöglicht andererseits aber auch die präzise Messung der mittleren Strahlenergie in Speicherringen.

3.3.2 Die $\hat{n}$-Achse

Derbenev und Kondratenko haben zur Beschreibung der Spinpräzession in Speicherringen das Konzept der sogenannten $\hat{n}$-Achse eingeführt [DER72, DER73, DER79]. Die $\hat{n}$-Achse wird in ihrer allgemeinen Definition als periodische Lösung der Thomas-BMT-Gleichung für jeden Punkt im Phasenraum der Bahnbewegung definiert. Sie muß daher als Vektorfeld verstanden werden. Für ein nicht-strahlendes Teilchen im Phasenraum (z.B. ein Proton) gibt die zugehörige $\hat{n}$-Achse näherungsweise die Richtung an, um die der Spinvektor des Teilchens präzessiert.

Ein Elektron im LEP-Speicherring emittiert bei einer Strahlenergie von etwa 45.6 GeV pro Umlauf etwa 1000 Photonen, so daß das obige Bild nicht mehr gültig ist. Bei jeder Quantenabstrahlung ändert sich sprunghaft die Position des Elektrons im Phasenraum und eine andere $\hat{n}$-Achse wird gültig. Dieses Verhalten ist Ausdruck der Tatsache, daß ein Teilchen in Abhängigkeit von seinen Orbitoszillationen in den Magneten des Speicherringes unterschiedliche elektromagnetische Felder erfährt. Die allgemeine und konsistente Beschreibung der $\hat{n}$-Achse ist Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten [BAR94]. Es sind insbesondere Veröffentlichungen in Vorbereitung, in denen gezeigt wird, daß die $\hat{n}$-Achse abseits von Spinresonanzen tatsächlich existiert.

Für viele praktische Zwecke genügt es jedoch, die $\hat{n}$-Achse für ein ideales Referenzteilchen, welches dem Gleichgewichtsorbit folgt, zu betrachten. In diesem Fall wird die Definition und die Berechnung der $\hat{n}$-Achse wesentlich vereinfacht, da das nicht-strahlende Referenzteilchen keine Bahnoszillationen ausführt. Die $\hat{n}$-Achse auf dem Gleichgewichtsorbit wird im folgenden mit $\hat{n}_0$ bezeichnet. Für das ideale Referenzteilchen gibt sie die Spinrichtung an, die nach einem Teilchenumlauf wiederhergestellt wird:

$$\hat{n}_0(s) = \hat{n}_0(s + 2\pi R)\,. \tag{3.25}$$

Der Spinvektor des betrachteten Referenzteilchens folgt einer Präzessionsbewegung um $\hat{n}_0$. So wie der Gleichgewichtsorbit die mittlere Bahn über alle Teilchen beschreibt, so beschreibt $\hat{n}_0$ abseits von Spinresonanzen die mittlere $\hat{n}$-Achse über alle Teilchen. $\hat{n}_0$ ist daher die mittlere Spinrichtung, die nach einem Teilchenumlauf wiederhergestellt wird. Das ist gerade die Bedingung für stabile Polarisation: $\hat{n}_0$ *beschreibt die Richtung stabiler Polarisation im Speicherring*.

3.3.3 Spinpräzession im idealen Speicherring

Im idealen Fall liegen alle Elemente des Speicherringes und alle Teilchenbahnen in der horizontalen Ebene, und es wirken ausschließlich vertikale Magnetfelder B_y auf die Teilchen. Der Teilchenstrahl hat eine verschwindende vertikale Emittanz. Da sich die natürliche Polarisation entlang der vertikalen Richtung aufbaut, ist es wünschenswert, daß die vertikale Spinkomponente S_y beim Spintransport durch den Speicherring möglichst gut erhalten bleibt. Mit $\vec{S} = (S_x, S_y, S_s)$ und $\vec{B} = (B_x, B_y, B_s)$ resultiert aus Gl. 3.21:

$$\frac{dS_y}{dt} = \frac{ea}{\gamma m}\left(B_s S_x - \gamma B_x S_s\right)\,. \tag{3.26}$$

Im idealen Speicherring ist die vertikale Spinkomponente voll erhalten, da keine horizontalen und longitudinalen Dipolfelder B_x und B_s auf die Teilchen wirken. Daraus folgt, daß die $\hat{n}$-Achse für alle Teilchen vertikal ist. Transversale Polarisation kann sich bis zum maximalen Polarisationsgrad von 92.4% aufbauen, und die Spinvektoren folgen alle einer Präzessionsbewegung um die vertikale Richtung. Dabei wird die Phase der Spinpräzession durch zufällige Quantenemissionen gestört. Die Phasenänderungen erfolgen stochastisch und sind zwischen den einzelnen Teilchen unkorreliert, so daß jede Polarisationskomponente, die nicht vertikal ist, nach einiger Zeit verschwindet. Dieser Prozeß wird als *Dekohärenz* oder auch als *Spindiffusion* bezeichnet. Die Zeitkonstante mit der eine nicht-vertikale Polarisationskomponente zerstört wird, ist als *Dekohärenzzeit* τ_{decoh} bekannt [KOU93a].

Die mittlere Anzahl ν der Spinpräzessionen pro Teilchenumlauf ergibt sich aus Gl. 3.24 für den idealen Speicherring zu:

$$\text{Spinwellenzahl} \quad \nu = a\gamma \equiv \frac{E}{440.6486(1)\ \text{MeV}} \,. \tag{3.27}$$

Die Spinwellenzahl ν, die im folgenden als *Spinzahl* oder auch als *Spinpräzessionsfrequenz* bezeichnet wird, steht in einem einfachen Zusammenhang zur Strahlenergie E. Diese Tatsache wird zur präzisen Messung der Strahlenergie in $\mathrm{e}^+\mathrm{e}^-$-Speicherringen ausgenutzt.

3.3.4 Spinpräzession im unvollkommenen Speicherring

Obwohl Speicherringe im allgemeinen in der horizontalen Ebene konzipiert werden, verursachen unvermeidbare Unvollkommenheiten in der Aufstellung und im Magnetfeld der Beschleuniger-Elemente Störungen der Teilchenbahnen. Die Teilchen erfahren kleine zusätzliche horizontale und longitudinale Dipolfelder, und nach Gl. 3.26 ist die vertikale Spinkomponente S_y nicht mehr voll erhalten. Im unvollkommenen Speicherring ist daher die Richtung $\hat{n}_0$ stabiler Polarisation nicht mehr vertikal, und es tritt Depolarisation auf. Störungen der Spinpräzession werden dabei durch horizontale Dipolfelder dominiert, die hauptsächlich durch vertikale Fehlaufstellungen der Quadrupole zustande kommen. Aus Gl. 2.2 folgt, daß ein Teilchen bei einer vertikalen Ablage vom Zentrum eines Quadrupols ein horizontales Dipolfeld erfährt, das sowohl eine vertikale Ablenkung der Bahn um einen Winkel α als auch eine Rotation des Spinvektors um einen Winkel $\nu\alpha$ bewirkt:

1. Die Bahnablenkung resultiert in einer vertikalen Dispersion und einer endlichen Strahlhöhe. Die einzelnen Teilchen führen vertikale Betatronoszillationen um einen gestörten vertikalen Gleichgewichtsorbit aus.

2. Der Spinvektor wird um die horizontale Richtung gedreht. Die damit verbundene Änderung der vertikalen Spinkomponente führt zu starker Depolarisation, wenn sich verschiedene Rotationen kohärent aufaddieren. Die Streuung in den Teilchenenergien und -bahnen führt auf den Prozeß der Spin-Orbit-Kopplung und zu Depolarisation.

Die Spinzahl im unvollkommenen Speicherring folgt nicht mehr der einfachen Abhängigkeit aus Gl. 3.27. Durch die Nicht-Kommutativität der dreidimensionalen Spinrotationen bedingt, ist die Spinzahl im allgemeinen um einen Beitrag δ gegen den ungestörten Fall verschoben:

$$\nu = \frac{E}{440.6486(1)\ \mathrm{MeV}} + \delta\,. \tag{3.28}$$

Die *Spinzahlverschiebung* δ beeinflußt die Genauigkeit der Energiekalibration und konnte im Rahmen der vorliegenden Arbeit erstmals für den LEP-Speicherring quantitativ berechnet werden (siehe Anhang A). Die erwartete Spinzahlverschiebung ist kleiner als 100 keV.

3.3.5 Spinpräzession in vertikalen Orbitbeulen

Ein wichtiger Sonderfall ist die Spinpräzession in geschlossenen Beulen des vertikalen Gleichgewichtsorbits. Eine solche Orbitbeule in einem der Kreisbögen des LEP-Speicherringes ist in Abb. 3.3 dargestellt. Der vertikale Orbit wird lokal gestört und bleibt außerhalb der Beule unverändert. Beim Durchlaufen einer vertikalen Orbitbeule erfährt der Spinvektor eines Teilchens horizontale Dipolfelder, die durch die Korrekturspulen und die vertikalen Strahlablagen in den Quadrupolen verursacht werden.

Man könnte meinen, daß der ursprüngliche Spinvektor außerhalb der Orbitbeule erhalten bleibt, da der vertikale Gleichgewichtsorbit dort unverändert ist. Das ist jedoch im allgemeinen nicht so. Nur in dem Fall, wenn die Beule in einem geraden Abschnitt des Speicherringes liegt, ist sie für den vertikalen Orbit und den Spin gleichzeitig geschlossen. In den Kreisbögen tritt die nominelle Spinpräzession durch das vertikale Führungs-Magnetfeld hinzu und die Beule ist bezüglich des Spins im allgemeinen nicht mehr geschlossen. In anderen Worten: Die dreidimensionalen Spinrotationen an den Ablenkmagneten und den Quadrupolen kommutieren nicht miteinander. Die vertikale Orbitbeule bewirkt dann eine Störung der $\hat{n}_0$-Achse im gesamten Speicherring. Die für die vertikale Orbitbeule aus Abb. 3.3 berechnete $\hat{n}_0$-Achse wird in Abb. 3.4 gezeigt.

Die Nicht-Kommutativität dreidimensionaler Spinrotationen ermöglicht Manipulationen der $\hat{n}$-Achse durch lokale Änderungen im vertikalen Gleichgewichtsorbit. Vertikale Orbitbeulen werden daher im LEP zur Kompensation depolarisierender Effekte eingesetzt (vergleiche Abschnitt 5.2.3). Da der Spinvektor bei hoher Strahlenergie viel leichter rotiert werden kann als der Geschwindigkeitsvektor (Gl. 3.27), kann die vertikale Strahlauslenkung relativ klein gehalten werden und die Strahloptik wird nur wenig verändert.

3.4 Resonante Quantendiffusion der Polarisation

Die Teilchendynamik von Elektronen in Speicherringen wird durch den stochastischen Prozeß der Synchrotronstrahlung bestimmt. Die Synchrotronstrahlung regt einerseits Betatron- und Synchrotronschwingungen der Teilchen an, bewirkt andererseits jedoch gleichzeitig die Dämpfung dieser Oszillationen. Der Gleichgewichtszustand zwischen dem Prozeß der Strahlanregung und dem Prozeß der Strahldämpfung wird durch die Strahlemittanzen charakterisiert.

Ein ähnlicher Gleichgewichtsprozeß ist bezüglich der Strahlpolarisation wirksam. Synchrotronstrahlung führt einerseits, wie gezeigt, zur Selbstpolarisation des Elektronen-

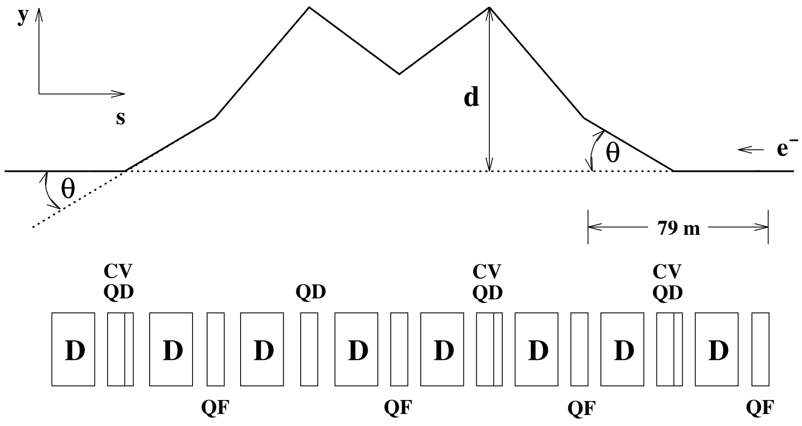


Abbildung 3.3: *Schematische Darstellung einer geschlossenen Beule im vertikalen Gleichgewichtsorbit. Der Phasenvorschub in der vertikalen Ebene beträgt 60° pro Standardzelle von 79 m. Insgesamt erstreckt sich die Orbitbeule über π (= 237 m). An zwei vertikalen Korrekturspulen (CV) wird der Teilchenstrahl ausgelenkt. An den fokussierenden und defokussierenden Quadrupolen (QF und QD) erfährt er innerhalb der Beule zusätzliche Ablenkungen. Dipolmagnete (D) mit vertikalem Feld halten die Teilchen auf einer Kreisbahn und führen zur Spinpräzession um die vertikale Richtung. In der Darstellung sind Sextupole, Strahlpositionsmonitore und vertikale Korrekturspulen ausgelassen.*

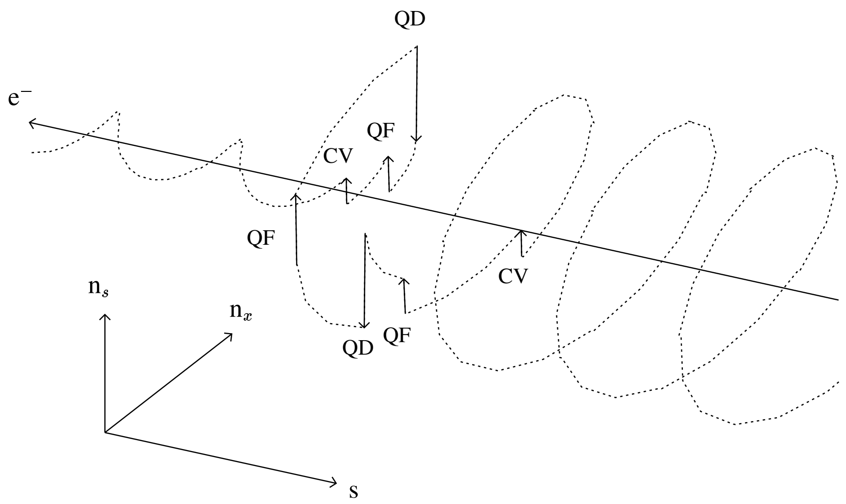


Abbildung 3.4: *Darstellung der für die vertikale Orbitbeule aus Abb. 3.3 berechneten $\hat{n}_0$-Achse. Ihre nicht-vertikalen Komponenten n_x und n_s sind als Funktion der Ringposition s angegeben. Der Spinphasenvorschub pro Standardzelle beträgt etwa 140°. Die Orbitbeule führt zu einer Netto-Spinrotation, die dazu verwendet werden kann, Störungen von $\hat{n}_0$ aus anderen Teilen des Speicherringes zu kompensieren. Der Öffnungswinkel zwischen $\hat{n}_0$ und der vertikalen Richtung ($n_x = n_s = 0$) wird im gezeigten Beispiel um einen Faktor 5 reduziert.*

oder Positronenstrahls. Andererseits verstärken die durch Synchrotronstrahlung angeregten Bahnoszillationen der Teilchen aber die resonant auftretende Depolarisation. Spinresonanzen werden im Vergleich zu nicht-strahlenden Teilchen für hohe Strahlenergien um typischerweise einen Faktor 10^6 verstärkt. Auch zwischen Spinresonanzen kann daher nur eine deutlich verringerte Polarisation erreicht werden [BAI66, CHA81a]. Im folgenden werden die verschiedenen Aspekte der Depolarisation diskutiert.

3.4.1 Resonanzbedingungen

Die Störungen der Spinbewegung durch Feld- und Aufstellungsfehler der Magnete überlagern die nominelle Spinpräzession durch die Ablenkmagnete. Abhängig von der Phasenbeziehung zwischen der nominellen Spinpräzession und der Störung kann eine resonante Spiralbewegung der Spinvektoren auftreten, die im allgemeinen schnelle Depolarisation verursacht. Man spricht dann von einer *Spinresonanz*. Spinresonanzen entstehen als Kopplungsresonanzen zwischen dem Freiheitsgrad der Spinbewegung und den Freiheitsgraden der Bahnbewegung der Teilchen. Die Bedingung für das Zustandekommen einer Spinresonanz enthält daher neben der Spinpräzessionsfrequenz ν die Frequenzen der Bahnoszillationen Q_x, Q_y und Q_s:

$$\nu = k \pm k_x \cdot Q_x \pm k_y \cdot Q_y \pm k_s \cdot Q_s \quad \text{mit} \quad k, k_x, k_y, k_s \in N\,. \tag{3.29}$$

Aufgrund der Spinresonanzen zeigt der asymptotische Polarisationsgrad in einem realen Speicherring eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Strahlenergie. Die Natur der verschiedenen Spinresonanzen wird später genauer diskutiert.

3.4.2 Resonante Spinvektordrehung

Das Resonanzphänomen kann am besten in dem einfachen Modell einer einzelnen Störung verstanden werden. Dazu wird ein idealer Speicherring mit einer Störung durch ein Dipolfeld $\vec{b}_\perp$ an der Stelle s_0 betrachtet. $\vec{b}_\perp$ steht senkrecht zur Polarisationsrichtung $\hat{n}_0 = \hat{e}_y$ im ungestörten Speicherring und kann beliebig ein- und ausgeschaltet werden. Es wird angenommen, daß $\vec{b}_\perp$ mit der Frequenz ν_r um $\hat{e}_y$ rotiert (in Einheiten der Umlauffrequenz f_{rev}). Die Spinvektoren $\vec{S}$ im Teilchenensemble rotieren an der Stelle s_0 mit der Frequenz $[\nu]$ um $\hat{e}_y$. Dabei bezeichnet $[\nu]$ den nicht-ganzzahligen Anteil der Spinzahl ν. Zu einem Zeitpunkt, an dem der Teilchenstrahl vertikal polarisiert ist, wird die Störung $\vec{b}_\perp$ eingeschaltet. Es müssen zwei Fälle unterschieden werden:

1. $\nu_r \neq [\nu]$: Wenn ν_r und $[\nu]$ signifikant unterschiedlich sind, dann vergrößert sich die Phasendifferenz zwischen der Störung und einem Spinvektor linear mit der Zeit. Aufeinanderfolgende Rotationen eines einzelnen Spinvektors zeigen in unterschiedliche Richtungen und kompensieren sich gegenseitig, so daß keine Depolarisation auftritt.

2. $\nu_r = [\nu]$: Wenn ν_r und $[\nu]$ übereinstimmen, dann ist die Phasendifferenz zwischen $\vec{S}$ und $\vec{b}_\perp$ konstant und aufeinanderfolgende Rotationen eines Spinvektors addieren sich auf. Die Spinvektoren im Teilchenensemble werden kohärent gestört und

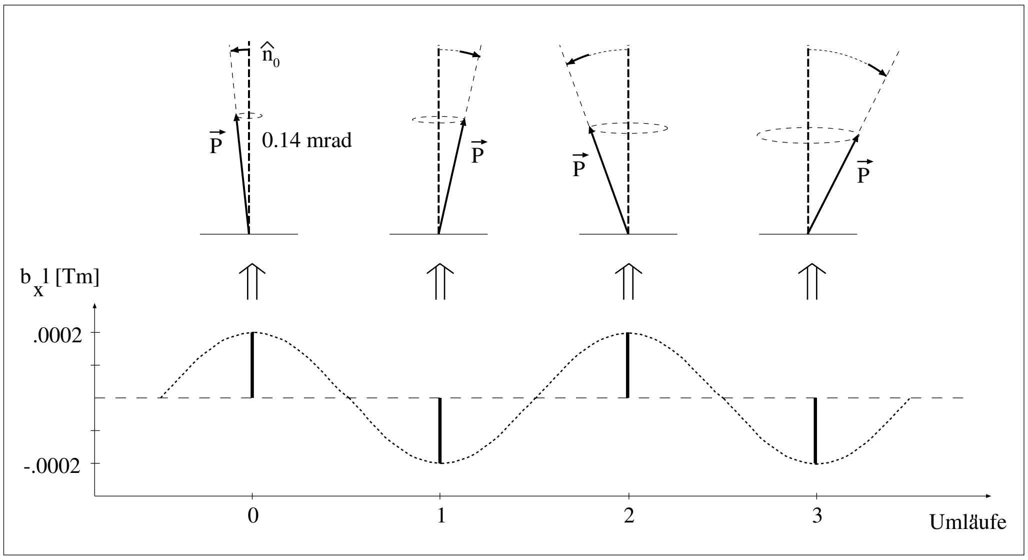


Abbildung 3.5: *Darstellung der Resonanzbedingung zwischen der nominellen Spinpräzession mit $[\nu] = 0.5$ und einem horizontalen Störfeld b_x an einer Stelle s_0 im Speicherring. Dabei wird b_x für den RF-Magneten betrachtet, der im Jahre 1993 zur Energiekalibration am LEP benutzt wurde. Der Polarisationsvektor $\vec{P}$ ist anfänglich entlang $\hat{n}_0$ und wird nach Einschalten der Störung b_x resonant von $\hat{n}_0$ weggedreht.*

der Polarisationsvektor $\vec{P}$ wird von der vertikalen Richtung weggedreht. $\vec{P}$ besitzt nun nicht-vertikale Komponenten, die allerdings durch Spindiffusion (siehe Abschnitt 3.3.3) nach einer bestimmten Dekohärenzzeit zerstört werden. In Abhängigkeit von der Stärke der Störung $\vec{b}_\perp$ kann der Polarisationsvektor adiabatisch umgeklappt oder das Teilchenensemble komplett depolarisiert werden.

Das beschriebene Modell ist von praktischer Bedeutung, da in Speicherringen die Messung der Spinpräzessionsfrequenz ν nach dieser Methode realisiert wird. Dabei wird $\vec{b}_\perp$ durch ein mit der Frequenz $\nu_r \cdot f_{\rm rev}$ oszillierendes horizontales Dipolfeld b_x (RF-Magnet) realisiert. Für die Energiekalibration am LEP-Speicherring wird ein RF-Magnet mit einem Feldintegral von 0.0002 Tm verwendet. Dieses Feld bewirkt nach Gl. 3.23 eine Drehung des Spinvektors um etwa 140 μrad pro Teilchenumlauf. Wenn sich die einzelnen Drehungen kohärent aufaddieren, dann wird der Polarisationsvektor von seiner anfänglichen Richtung $\hat{e}_y$ während etwa 22500 Umläufen um 180° weggedreht. Die Resonanzbedingung zwischen der nominellen Spinpräzession und der Störung b_x ist in Abb. 3.5 für eine halbzahlige Spinzahl dargestellt.

Im LEP wird zur Messung der Spinzahl ν die Frequenz ν_r des RF-Dipolfeldes langsam über einen bestimmten Bereich variiert (typisch: $\Delta\nu_r = 0.002$ in 12 s). Die durch die Störung angeregte Spinresonanz wird dadurch langsam in der Spinzahl verschoben. Wenn dabei die mittlere Spinpräzessionsfrequenz ν des Teilchenensembles überquert wird, dann kann der Polarisationsvektor unter Vernachlässigung der Dekohärenz um 180° gedreht werden und die Polarisation wechselt ihr Vorzeichen. Dieser Prozeß wurde von Froissart und Stora für ein einzelnes Proton berechnet [FRO60]. Wenn ϵ die Stärke der angeregten

Spinresonanz und $\alpha = \mathrm{d}\nu_r/\mathrm{d}\theta$ die Rate der Änderung in ν_r bezeichnet, dann ist das Verhältnis zwischen dem Anfangspolarisationsgrad P_{initial} und dem Endpolarisationsgrad P_{final} gegeben durch:

$$\frac{P_{\text{final}}}{P_{\text{initial}}} = 2\exp\left(-\frac{\pi\epsilon^2}{2\alpha}\right) - 1\ . \tag{3.30}$$

Diese Gleichung gilt in dieser Form nicht für ein Ensemble von Elektronen mit Synchrotronstrahlung. Dennoch bietet das Ergebnis von Froissart-Stora später in einer modifizierten Form einen ersten Ansatzpunkt zur Beschreibung experimenteller Ergebnisse am LEP (vergleiche Abschnitt 6.1.1).

Resonante Spinvektordrehung durch ein horizontales RF-Feld kann unter den Bedingungen $\nu_r = [\nu]$ und $\nu_r = 1 - [\nu]$ auftreten. Mittels einer zusätzlichen Spinzahlmessung wird nach Änderung von ν zwischen den beiden Möglichkeiten unterschieden.

3.4.3 Anregung der Spinresonanzen durch Quantendiffusion

Der Prozeß der Spinresonanzanregung durch Synchrotronstrahlung wird als *Quantendiffusion der Polarisation* bezeichnet und wurde erstmals 1966 von Baier und Orlov vorhergesagt und berechnet [BAI66].

Die Stärke der Quantendiffusion wird durch den sogenannten *Spin-Orbit Kopplungsvektor* $\vec{d}(s)$ angegeben. Er beschreibt die Auswirkung einer Quantenabstrahlung am Orte s auf den Spin. $\vec{d}(s)$ ist im linearen Ansatz durch die Energieabhängigkeit der $\hat{n}_0$-Achse gegeben:

$$\vec{d}(s) = \gamma\frac{\partial\vec{n}_0(s)}{\partial\gamma}\ . \tag{3.31}$$

Der Spin-Orbit Kopplungsvektor $\vec{d}$ ist senkrecht zur $\hat{n}_0$-Achse ausgerichtet und sein Betrag hängt im allgemeinen von der Position s im Speicherring ab. Seine physikalische Bedeutung soll in einem vereinfachten und idealisierten Bild erläutert werden.

Ein Elektron befinde sich auf dem Gleichgewichtsorbit. Sein Spinvektor $\vec{S}$ zeige in die Richtung von $\hat{n}_0$*. Nach Abstrahlung eines Photons der Energie ΔE folgt das Elektron Bahn- und Energieoszillationen um den Gleichgewichtsorbit. Das Elektron hat eine geänderte Position im Phasenraum, und eine andere $\hat{n}$-Achse $\hat{n}'$ wird gültig†. $\hat{n}'$ sei um einen Winkel θ gegen $\hat{n}_0$ geneigt. Da die Formationszeit des abgestrahlten Photons (etwa 10^{-10} s) klein gegen die Periodendauer der Spinpräzession (etwa 1 μs) ist, kann die Änderung der $\hat{n}$-Achse als sprunghaft angenommen werden. Der Spinvektor präzessiert dann in dem idealisierten Bild bis zur nächsten Quantenemission mit einem Öffnungswinkel θ um $\hat{n}'$. Es sei zunächst angenommen, daß keine weiteren Quanten abgestrahlt werden. Dann gibt $\hat{n}'$ an einem Punkt im Speicherring die mittlere Richtung des Spinvektors $\vec{S}$ an.

---

*Durch die Wahl der Anfangsbedingung $\vec{S} \parallel \hat{n}_0$ kommen in dem betrachteten Bild nur lineare Spinresonanzen zustande.

†Streng genommen existiert abseits des Gleichgewichtsorbits weder ein periodischer Orbit noch eine geschlossene Spinlösung. Für praktische Anwendungen ist das verwendete Bild jedoch eine nützliche Approximation.

Der mittlere Beitrag P des idealisierten Elektrons zur Ensemblepolarisation ergibt sich an einer Stelle des Speicherringes aus der Projektion des um $\hat{n}'$ präzessierenden Spinvektors $\vec{S}$ auf die $\hat{n}_0$-Achse. Der Winkel zwischen $\vec{S}$ und $\hat{n}_0$ ändert sich zwischen 0 und 2θ und sei mit θ' bezeichnet. Der Polarisationsbeitrag des betrachteten Elektrons ist um ΔP verringert. Für $\theta \ll 1$ gilt näherungsweise:

$$\Delta P \approx \frac{1}{2}\overline{(\Theta')^2}\,. \tag{3.32}$$

Unter der vereinfachenden Annahme einer gleichmäßigen Änderung von θ' zwischen 0 und 2θ wird die Mittelung ausgeführt und es ergibt sich:

$$\Delta P \approx \frac{12}{18}\Theta^2 \approx \frac{12}{18}\left(\hat{n}' - \hat{n}_0\right)^2 = \frac{12}{18}\left(E_0\frac{\hat{n}' - \hat{n}_0}{\Delta E}\right)^2\left(\frac{\Delta E}{E_0}\right)^2 \approx \frac{12}{18}\left(\vec{d}\;\frac{\Delta E}{E_0}\right)^2. \tag{3.33}$$

Es wurde vorausgesetzt, daß die Amplitude der Bahnoszillationen sowie $(\hat{n}' - \hat{n}_0)$ proportional zur relativen Energieänderung $\Delta E/E_0$ des Elektrons sind. Nicht-lineare Bahnoszillationen werden daher nicht berücksichtigt. Aus der Gleichung ist zu erkennen, daß der Term $\vec{d}^2$ die Schrittweite der stochastischen Quantendiffusion des Spins beschreibt. $\vec{d}^2$ ist das entscheidende Maß für die Stärke der Depolarisation. Der hier unter stark vereinfachenden Annahmen berechnete Term $12/18\ \vec{d}^2$ stimmt gut mit dem entsprechenden Term $11/18\ \vec{d}^2$ aus der Derbenev-Kondratenko-Formel überein (vergleiche Gl. 3.34).

Das idealisierte Elektron strahle nun ein zweites Photon derart ab, daß es wieder auf den Gleichgewichtsorbit zurückkehrt. Die Präzessionsachse des Spins wird dann wieder durch die $\hat{n}_0$-Achse beschrieben. Falls der Spinvektor $\vec{S}$ zum Zeitpunkt der Photonabstrahlung nicht entlang der $\hat{n}_0$-Achse liegt, dann bleibt ein nicht-verschwindender Öffnungswinkel zwischen $\hat{n}_0$ und $\vec{S}$ erhalten. Im allgemeinen Fall bleibt der Beitrag des Spinvektors zur Ensemblepolarisation daher reduziert. Über viele Quantenemissionen läuft der Spinvektor eines Elektrons langsam von $\hat{n}_0$ weg in die horizontale Ebene. Dieser depolarisierende Prozeß steht in Konkurrenz zum natürlichen Polarisationsaufbau und wird als Quantendiffusion der Polarisation bezeichnet. $\hat{n}'$ bleibt aufgrund der Dämpfung der Bahnoszillationen in einem mehr oder weniger engen Kegel um $\hat{n}_0$.

Derbenev und Kondratenko haben die allgemeine Formel für den Gleichgewichtsgrad P_∞ der Polarisation hergeleitet [DER73]:

$$P_\infty = \frac{8}{5\sqrt{3}}\frac{\alpha_-}{\alpha_+} \tag{3.34}$$

mit

$$\alpha_- = \frac{1}{2\pi R}\left\langle\oint \frac{ds}{|\rho(s)|^3}\left(\hat{e}_y \cdot \hat{n} - \hat{e}_y \cdot \vec{d}\right)\right\rangle,$$
$$\alpha_+ = \frac{1}{2\pi R}\left\langle\oint \frac{ds}{|\rho(s)|^3}\left[1 - \frac{2}{9}\left(\hat{n} \cdot \hat{e}_s\right)^2 + \frac{11}{18}\left(\vec{d}\right)^2\right]\right\rangle.$$

Eine alternative Herleitung findet sich bei [MAN87a]. Dabei bezeichnet $\langle \ldots \rangle$ die Mittelung über den Phasenraum der Bahnoszillationen, die für Rechnungen höherer Ordnung notwendig wird. $\vec{d}$ bezeichnet hier die allgemeine Definition $\gamma(\partial\vec{n}/\partial\gamma)$ des Spin-Orbit Kopplungsvektors. Die Terme $(\partial\vec{n}/\partial x')$ und $(\partial\vec{n}/\partial y')$ werden in der vorliegenden Arbeit nicht betrachtet.

In der Derbenev-Kondratenko-Formel tragen verschiedene Terme zur Depolarisation bei. Der sogenannte "Kosinus-Faktor" $\hat{e}_y \cdot \hat{n}$ beschreibt den Polarisationsverlust durch die Neigung von $\hat{n}$ gegen $\hat{e}_y$. Dieser Term ist für ebene Speicherringe wie LEP sehr klein. Der Term $\frac{2}{9}\left(\hat{n}\cdot\hat{e_s}\right)^2$ berücksichtigt die Abhängigkeit der Synchrotronstrahlung mit Umklappen des Spins von der longitudinalen s-Komponente des Spins. Er ist klein und kann für praktische Zwecke genauso vernachlässigt werden wie der Term $(\hat{e}_y \cdot \vec{d})$ im Zähler. Bestimmend für die Depolarisation ist der quadratische Term des Spin-Orbit Kopplungsvektors $\vec{d}$ im Nenner: $\frac{11}{18}\left(\vec{d}\right)^2$. Jede Optimierung der Strahlungspolarisation in e^+e^--Speicherringen zielt daher auf die Minimierung der Spin-Orbit-Kopplung. Das wird später genauer gezeigt.

Es ist ein wichtiges Ergebnis, daß es zur Berechnung der Polarisation genügt, die $\hat{n}$-Achse und ihre Energieabhängigkeit im Phasenraum zu kennen. Für lineare Polarisationsrechnungen ist diese Aufgabe relativ leicht zu lösen, da nur der Gleichgewichtsorbit betrachtet werden muß. Im allgemeinen Fall sind dagegen die Mittelung der $\hat{n}$-Achse und des Spin-Orbit Kopplungsvektors über den Phasenraum der Bahnoszillationen notwendig, und die Rechnungen werden sehr aufwendig.

3.4.4 Klassifikation der Spinresonanzen

Die Stärken der durch Gl. 3.29 definierten Spinresonanzen sind in Abhängigkeit von der Art der Spin-Orbit Kopplung, von der Strahlenergie oder von Eigenheiten des Beschleunigers stark unterschiedlich. Die Spinresonanzen werden daher nach gemeinsamen Eigenschaften in Gruppen eingeteilt. Für viele Zwecke genügt es, nur eine Untergruppe der Spinresonanzen zu betrachten.

Ganzzahl-Spinresonanzen

Die Resonanzbedingung für sogenannte *Ganzzahl-Spinresonanzen* lautet:

$$\nu = k \qquad \text{mit} \qquad k \in N\,. \tag{3.35}$$

Ganzzahl-Spinresonanzen kommen durch Störungen des vertikalen Gleichgewichtsorbits zustande. Im allgemeinen tritt an jedem Element des Speicherringes eine Störung der Teilchenbahn auf, die zu einer zusätzlichen Drehung des Spins führt. Die einzelnen Spindrehungen kombinieren über einen Teilchenumlauf im Speicherring zu einer kleinen zusätzlichen Netto-Spindrehung. Für den Fall einer ganzzahligen Spinzahl addiert sich diese Netto-Spindrehung über alle Umläufe kohärent auf, und der Spinvektor wird resonant gedreht.

Ganzzahl-Spinresonanzen werden in der Derbenev-Kondratenko-Formel durch den Term $\hat{e}_y \cdot \hat{n}$ berücksichtigt, der allerdings für alle praktischen Fälle klein ist. Sie werden nicht durch Quantendiffusion angeregt und sind in der Folge sehr schmal. Ihre zentrale Bedeutung kommt dadurch zustande, daß sie maßgeblich die Stärken der durch Bahnoszillationen erzeugten linearen Spinresonanzen bestimmen.

Durch systematische Fehler im Speicherring werden die Resonanzen $\nu = k \cdot S$ besonders stark angeregt. S bezeichnet die sogenannte Superperiodizität des Speicherringes (LEP: $S = 8, 4$). Durch das Spektrum des vertikalen Gleichgewichtsorbits werden ebenfalls einige Ganzzahl-Spinresonanzen angeregt. Wenn der Gleichgewichtsorbit nicht sehr sorgfältig korrigiert ist, dann besitzt sein Fourierspektrum eine Spitze bei der vertikalen Betatronzahl Q_y. Es kann gezeigt werden, daß dadurch die Ganzzahl-Spinresonanzen mit

$$\nu = \mathrm{INT}\,(Q_y) + k \cdot S \tag{3.36}$$

systematisch angeregt werden [KOU88b]. Diese werden im folgenden als *strukturell bedingte Spinresonanzen* bezeichnet. Der Term INT(Q_y) gibt den ganzzahligen Anteil von Q_y an.

Lineare Spinresonanzen

Als *lineare Spinresonanzen* werden alle Spinresonanzen aus Gl. 3.29 mit $k_x + k_y + k_s = 1$ bezeichnet. Dabei sind $k_{x,y,s}$ natürliche Zahlen oder Null. Lineare Spinresonanzen kommen hauptsächlich durch transversale Quadrupolfelder zustande. Entsprechend der Kopplung der Spinpräzession mit jedem der drei Freiheitsgrade der Bahnbewegung werden drei Arten von linearen Spinresonanzen unterschieden:

1. **Vertikale Betatron-Spinresonanzen**: Die Teilchen führen vertikale Betatronoszillationen y_β mit der Frequenz Q_y um den Gleichgewichtsorbit aus. Die Störung durch ein horizontales Magnetfeld B_x, welches durch Feld- oder Aufstellungsfehler an einem Quadrupol zustande kommt, ist für ein oszillierendes Elektron nicht mehr statisch, sondern enthält einen zusätzlichen Term, der mit y_β oszilliert. Die Bedingung der festen Phasenbeziehung zwischen Störung und Spinpräzession führt dann auf vertikale Betatron-Spinresonanzen mit $\nu = k + k_y \cdot Q_y$.

2. **Horizontale Betatron-Spinresonanzen**: Die Teilchen führen horizontale Betatronoszillationen x_β mit der Frequenz Q_x um den Gleichgewichtsorbit aus und erfahren dadurch zusätzliche vertikale Dipolfelder in den Quadrupolen. Wenn die $\hat{n}_0$-Achse nicht vertikal ist, dann verursachen diese Magnetfelder Depolarisation. An den Stellen $\nu = k + k_x \cdot Q_x$ kommen dann horizontale Betatron-Spinresonanzen zustande.

3. **Synchrotron-Spinresonanzen**: Nach Quantenemission besitzt das einzelne Teilchen eine geringere Energie und führt in der Folge Synchrotronoszillationen mit der Frequenz Q_s um den Gleichgewichtsorbit aus. Die Energieoszillation moduliert direkt die Spinpräzessionsfrequenz ν, und für $\nu = k + k_s \cdot Q_s$ werden Synchrotron-Spinresonanzen angeregt. Die dispersionsabhängige Änderung der Teilchenbahn verursacht über die beiden zuvor besprochenen Mechanismen eine weitere Anregung der Q_s-Resonanzen.

Chao und Yokoya haben den Spin-Orbit Kopplungsvektor $\vec{d}$ in einem linearen Modell der Orbitbewegung für kleine Amplituden berechnet [CHA82b, YOK81, YOK85]. Sie betrachten einen ungekoppelten Speicherring ohne longitudinale und elektrische Felder,

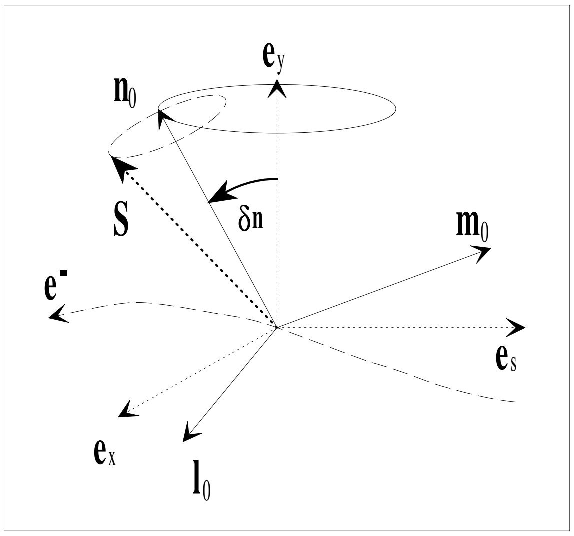


Abbildung 3.6: *Definition des Ruhesystems* $(\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_s)$ *des Elektrons und des Ruhesystems* $(\hat{n}_0, \hat{m}_0, \hat{l}_0)$ *des Spins. Für den an einer Stelle gestörten vertikalen Orbit ist die Richtung* $\hat{n}_0$ *stabiler Polarisation von der vertikalen Richtung* $\hat{e}_y$ *verschieden. Der Öffnungswinkel* $\delta\vec{n}_0$ *bestimmt die dadurch verursachte Depolarisation.* $\hat{n}_0$ *präzessiert um* $\hat{e}_y$*, während sich das Referenzteilchen entlang* s *bewegt. Der Spinvektor* $\vec{S}$ *eines Elektrons, welches nicht auf dem Gleichgewichtsorbit ist, präzessiert zusammen mit* $\hat{m}_0$ *und* $\hat{l}_0$ *um* $\hat{n}_0$.

aber mit Kavitäten. Als unabhängige Variable wählen sie die verallgemeinerte Azimutposition $\theta = s/R$. Die Spinbewegung wird in dem orthonormalen Ruhesystem $(\hat{n}_0, \hat{m}_0, \hat{l}_0)$ des Spins für ein Teilchen auf dem Gleichgewichtsorbit betrachtet (siehe Abb. 3.6). $\hat{m}_0$ und $\hat{l}_0$ rotieren mit dem Spin um die $\hat{n}_0$-Achse, und der komplexe Vektor $\vec{k}_0 = \hat{m}_0 + i\hat{l}_0$ besitzt die Quasiperiodizität $\vec{k}_0(\theta + 2\pi) = e^{i2\pi\nu}\vec{k}_0(\theta)$. Der Spin-Orbitkopplungsvektor $\vec{d}$ ergibt sich damit zu:

$$\vec{d} = \frac{1}{2}\Re\left[\vec{k}_0^* \cdot (\Delta_x + \Delta_{-x} + \Delta_y + \Delta_{-y} + \Delta_s + \Delta_{-s})\right] . \tag{3.37}$$

Hier bezeichnet $\Re$ den Realteil. Die $\Delta_{\pm j}$'s haben die Form:

$$\Delta_{\pm j}(\theta) = R_{\pm j} \cdot H_{\pm j}(\theta) \cdot F_{\pm j}(\theta) \qquad \text{mit} \qquad j = x, y, s. \tag{3.38}$$

Die mit R bezeichneten Terme beschreiben das resonante Verhalten der Depolarisation:

$$R_{\pm j} = \frac{i}{1 - \exp\left[i(\nu \pm Q_j)2\pi\right]} \qquad (j = x, y, s) . \tag{3.39}$$

Durch die Linearisierung der Spinbewegung treten in dem Modell von Chao und Yokoya nur lineare Spinresonanzen $\nu = k \pm Q_{x,y,z}$ auf. Die mit H bezeichneten Terme beschreiben die Amplituden der Bahnoszillationen, die durch die Abstrahlung eines Photons mit Einheitsenergie angeregt werden. Die Oszillationsamplitude im longitudinalen Phasenraum ist gleich der Energie des abgestrahlten Photons:

$$H_{\pm s} = \exp\left(\mp i Q_s \theta\right) . \tag{3.40}$$

Die Amplituden der Betatronoszillationen werden durch die optischen Eigenschaften des Speicherringes, insbesondere durch die horizontale und vertikale Dispersion $D_{x,y}$ und ihre Ableitungen $D'_{x,y}$ bestimmt. Weiterhin sind die Betatronfunktionen $\beta_{x,y}$ und die Korrelationsfunktionen $\alpha_{x,y}$ von Bedeutung:

$$H_{\pm j} = \frac{\exp\left(\mp\psi_j(\theta)\right)}{\sqrt{\beta_j(\theta)}}\left[-D_j \pm i\left(D'_j\beta_j + D_j\alpha_j\right)\right]_\theta \qquad (j = x, y) . \tag{3.41}$$

Die Terme F_j beschreiben die Summe der Effekte durch Bahnoszillationen über einen Umlauf:

$$F_{\pm x} = \int_{\theta}^{\theta+2\pi} \left[- \left(\vec{k}_0 \cdot \hat{e}_y \right) (a\gamma + 1) \, K \sqrt{\beta_x} \exp\left(\pm i \psi_x \right) \right]_{\theta'} R \mathrm{d}\theta' \, , \tag{3.42}$$

$$F_{\pm y} = \int_{\theta}^{\theta+2\pi} \left[- \left(\vec{k}_0 \cdot \hat{e}_x \right) (a\gamma + 1) \, K \sqrt{\beta_y} \exp\left(\pm i \psi_y \right) \right]_{\theta'} R \mathrm{d}\theta' \, , \tag{3.43}$$

$$F_{\pm s} = \int_{\theta}^{\theta+2\pi} \left[\vec{k}_0 \left(D_x \hat{e}_y + D_y \hat{e}_x \right) (a\gamma + 1) \, K \right]_{\theta'} \exp\left(\pm i Q_s \theta' \right) R \mathrm{d}\theta' \, . \tag{3.44}$$

Die Integralform der F_j zeigt, daß Störungen der Spinpräzession nicht in jedem Fall zu starker Depolarisation führen. Nur dann, wenn sich die Störungen über einen Umlauf kohärent aufaddieren, wird die Depolarisation groß.

Die Integralterme für die Q_x- und die Q_s-Spinresonanz enthalten einen Term $|\delta\vec{n}_0| \approx \vec{k}_0 \cdot \hat{e}_y$, der die Neigung der $\hat{n}_0$-Achse gegen ihre ungestörte Richtung $\hat{e}_y$ an der Stelle θ angibt. Die Größe von $|\delta\vec{n}_0|$ wird im wesentlichen durch die Stärke der beiden nächsten Ganzzahl-Spinresonanzen bestimmt (siehe Kap. 3.4.5). Sowohl die lineare Q_x- als auch die lineare Q_s-Spinresonanz werden daher durch die nächsten Ganzzahl-Spinresonanzen angeregt.

Der Integralterm für die Q_s-Spinresonanz enthält einen Term $[\vec{k}_0 \cdot D_y]_\theta$. Wenn die vertikale Dispersion so im Speicherring verteilt ist, daß das Integral von $\vec{k}_0 \cdot D_y$ über einen Teilchenumlauf groß wird, dann wird die lineare Q_s-Spinresonanz verstärkt. Die lineare Q_y-Spinresonanz wird im wesentlichen durch die mittlere vertikale Dispersion angeregt, die durch sorgfältige Orbitkorrekturen minimiert wird.

Die dominierende Rolle der linearen Spinresonanzen für den im LEP1 erreichbaren Polarisationsgrad wird im oberen Teil von Abb. 3.7 für ein realistisches LEP-Modell gezeigt. Insbesondere die linearen Q_s-Spinresonanzen bestimmen die Depolarisation.

Nicht-lineare Spinresonanzen

Sogenannte *nicht-lineare Spinresonanzen* werden durch Multipolfelder mit höherer Ordnung angeregt ($B \propto x^p y^q$ mit $p + q > 1$). Durch solche Felder werden Spinresonanzen für die Spinzahlen

$$\nu = k_0 \pm k_x Q_x \pm k_y Q_y \qquad \text{mit} \quad k_x \leq p \quad \text{und} \quad k_y \leq q \tag{3.45}$$

angeregt. Sextupolfelder führen beispielsweise auf die nicht-lineare $Q_x + Q_y$-Spinresonanz.

Synchrotronsatelliten

Für Speicherringe mit hoher Strahlenergie wird die Amplitude der Synchrotronoszillationen groß. Dadurch wird eine starke Frequenzmodulation der Spinpräzession verursacht, und um jede Spinresonanz ν_r herum treten mehrere sogenannte *Synchrotronsatelliten* auf:

$$\nu = \nu_r \pm k_s Q_s \qquad \text{mit} \quad k_s > 1 \, . \tag{3.46}$$

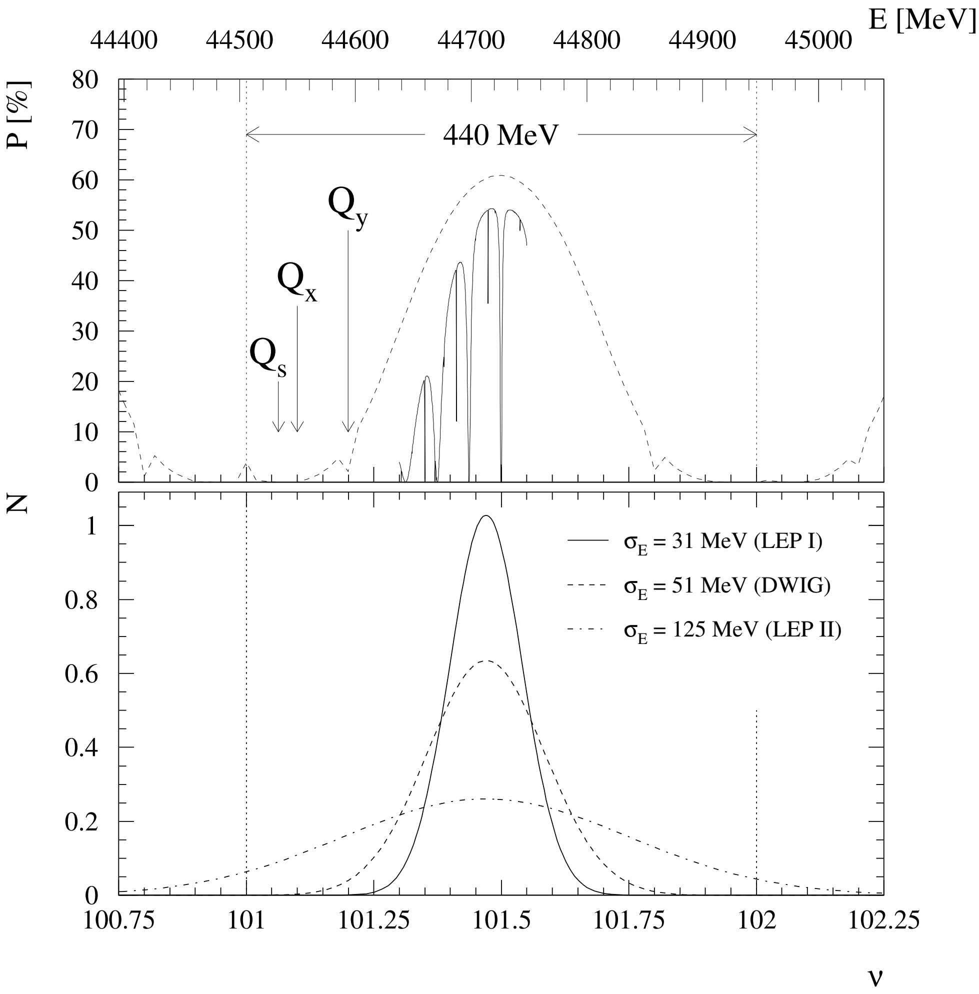


Abbildung 3.7: *Oben: Berechnete Polarisation in linearer und höherer Ordnung als Funktion der Spinzahl (Strahlenergie) für ein realistisches LEP-Modell. Die linearen Spinresonanzen 101+Q_x, 101+Q_y und 101+Q_s sind markiert. Zusammen mit den linearen Spinresonanzen von 102 bestimmen sie den bei einer Spinzahl von 101.5 erreichbaren Polarisationsgrad. Der depolarisierende Einfluß der linearen Q_s-Resonanzen ist dabei dominant. Die Theorie höherer Ordnung (durchgezogene Linie) zeigt zahlreiche zusätzliche Spinresonanzen, wobei der erreichbare Polarisationsgrad für LEP1 nahezu den linearen Wert erreicht. Unten: Energiestreuung im Teilchenensemble für LEP1, LEP1 mit Dämpfungs-Wigglern und LEP2. Mit zunehmender Energiestreuung kommt jedes Teilchen von Zeit zu Zeit in die Nähe starker Spinresonanzen, und seine Polarisation wird zerstört.*

Für LEP wurde von dieser Untergruppe der Spinresonanzen starke Depolarisation erwartet. Ihr Einfluß wurde daher im Rahmen der vorliegenden Arbeit theoretisch und experimentell genau untersucht. In Abb. 3.7 werden Ergebnisse von Polarisationsrechnungen gezeigt, die mit dem Computerprogramm SODOM durchgeführt wurden (vergleiche Abschnitt 3.5.4). Die Rechnungen zeigen, daß der im LEP1 erreichbare Polarisationsgrad durch Synchrotronsatelliten nur unwesentlich reduziert wird, da die typische Amplitude der Sychrotronoszillationen klein gegen den Abstand der linearen Spinresonanzen ist. Aus dem unteren Teil von Abb. 3.7 ergibt sich, daß diese Bedingung für eine erhöhte Energiestreuung durch asymmetrische Wiggler (DWIG) oder durch höhere Strahlenergie (LEP2) nicht mehr erfüllt ist. Dann wird starke Depolarisation durch die Synchrotronsatelliten erwartet. Dazu werden in Abschnitt 5.3 Messungen gezeigt.

In einem einfachen analytischen Modell kann die Stärke der Synchrotronsatelliten aus der Stärke der linearen Spinresonanzen berechnet werden [YOK83a, BIS84a, BIS84b, MAN90]. Die Spinzahl eines nicht-oszillierenden Teilchens auf dem Gleichgewichtsorbit sei ν_0. Nach Abstrahlung eines Photons der Energie ΔE führt das Teilchen Synchrotronschwingungen um den Gleichgewichtsorbit aus. Die Spinzahl ν als Funktion des Azimutwinkels θ ist dann gegeben durch:

$$\nu = \nu_0 + \Delta\nu \cos(Q_s\theta) \, , \tag{3.47}$$

wobei $\Delta\nu = \Delta E/440$ MeV die Amplitude der Modulation ist. Die Störung der Spinbewegung ist abhängig von der Modulation der Spinphase ψ:

$$\psi = \int \nu \mathrm{d}\theta = \nu_0\theta + \frac{\Delta\nu}{Q_s}\sin(Q_s\theta) \, . \tag{3.48}$$

Die mittlere Modulationsstärke der Spinphase ist:

$$\kappa = \langle \left(\frac{\Delta\nu}{Q_s}\right)^2 \rangle = \left(\frac{\nu_0}{Q_s}\frac{\sigma_E}{E}\right)^2 \propto E^4 \, . \tag{3.49}$$

Der *Modulationsindex* κ wächst sehr schnell mit der Strahlenergie E an. Der sogenannte *Verstärkungsfaktor* C wird als das Verhältnis der τ_p/τ_d zwischen linearer und höherer Ordnung definiert:

$$C = \frac{\tau_p/\tau_d \text{ (höhere Ordnung)}}{\tau_p/\tau_d \text{ (lineare Ordnung)}} \, . \tag{3.50}$$

Für Spinzahlen, bei denen depolarisierende Einflüsse der Synchrotronsatelliten klein sind, ist $C \approx 1$ und die Depolarisation wird durch die lineare Näherung gut beschrieben. Unter den Resonanzbedingungen aus Gl. 3.46 wird C jedoch groß und beschreibt die Depolarisation durch Synchrotronsatelliten der linearen Spinresonanzen. Innerhalb des analytischen Modells wird gezeigt, daß die Synchrotronsatelliten zur linearen Spinresonanz $k \pm Q_s$ durch den folgenden Verstärkungsfaktor beschrieben werden können [BIS84a]:

$$C_s(\nu_0, Q_s, \sigma_E) = (\nu_0 - k)^4 \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(\kappa)\, I_p(\kappa)}{\left[(\nu_0 - k - pQ_s)^2 - Q_s^2\right]^2} \, . \tag{3.51}$$

Beschleuniger	ρ [m]	R [m]	τ_{pol} [min]	E [GeV]	σ_E [MeV]	C_s
SPEAR	12.7	37.2	16	3.6	3.1	$\geq$ 1.04
PETRA	192.0	367.0	18	16.5	17.0	$\geq$ 1.12
TRISTAN	246.5	480.0	2	30.0	49.0	$\geq$ 5.6
HERA	550.0	1027.0	21	30.0	33.0	$\geq$ 1.6
LEP1	3096.0	4243.0	310	46.0	33.0	$\geq$ 1.5
LEP2	3096.0	4243.0	11	90.0	125.0	$\geq$ 367.5

Tabelle 3.1: *Vergleich wichtiger Parameter für einige Beschleuniger. Der Verstärkungsfaktor C_s für Synchrotronsatelliten der linearen Q_s-Spinresonanz wird erst für Beschleuniger mit hoher Strahlenergie wichtig. Er ist groß für TRISTAN und erlaubt keine Polarisation für LEP2. Für alle Beschleuniger wurde ein Q_s von 0.0625 angenommen.*

Die I_p bezeichnen die modifizierten Bessel-Funktionen. Ähnliche Ausdrücke existieren für die linearen Q_x- und Q_y-Spinresonanzen [MAN90]. Der Verstärkungsfaktor C ist eine komplizierte, aber bekannte Funktion der Strahlenergie ν_0, der Energiestreuung σ_E und der Synchrotronzahl Q_s. Wird C auch zwischen Synchrotronsatelliten sehr groß, dann kann keine Strahlpolarisation beobachtet werden. C ist daher ein wichtiger Parameter für transversale Strahlpolarisation in e^+e^--Speicherringen.

In Tabelle 3.1 wird C_s für einige Beschleuniger verglichen. Dabei wurden für die Berechnung von C_s nur die beiden nächsten linearen Q_s-Spinresonanzen berücksichtigt. Man erkennt, daß depolarisierende Effekte durch Synchrotronsatelliten erst bei hoher Strahlenergie wichtig werden. Insbesondere TRISTAN und LEP2 sind betroffen. Aufgrund der großen absoluten Energiestreuung wird C_s für LEP2 so groß, daß kaum Polarisation erwartet werden kann. Der negative Einfluß der großen Energiestreuung kann dabei nicht, wie vielfach vorgeschlagen, durch eine hohe Synchrotronzahl Q_s kompensiert werden. Es kann zwar der gleiche Modulationsindex κ erreicht werden. Da Gl. 3.51 jedoch auch im Nenner von Q_s abhängt, kann die Depolarisation nicht verringert werden. In Abb. 3.8 wird eine dazu durchgeführte Rechnung gezeigt. Es ergibt sich, daß der kleinste erreichbare Verstärkungsfaktor $C_{\min}$ mit Q_s ansteigt, so daß eine möglichst niedrige Synchrotronzahl Q_s wünschenswert ist. Synchrotronsatelliten der linearen Q_x- und Q_y-Spinresonanzen sind für LEP von untergeordneter Bedeutung.

3.4.5 Abhängigkeit der Polarisation vom Fourierspektrum des vertikalen Orbits

1966 haben Baier und Orlov erstmals Depolarisation durch resonante Spindiffusion vorhergesagt und berechnet [BAI66]. Wenig später wurden ihre Rechnungen von Derbenev und Kondratenko präzisiert und vor allem durch die Einführung der $\hat{n}$-Achse und des Spin-Orbit Kopplungsvektors $\gamma\partial\vec{n}/\partial\gamma$ systematisiert [DER72, DER73, DER75, DER79].

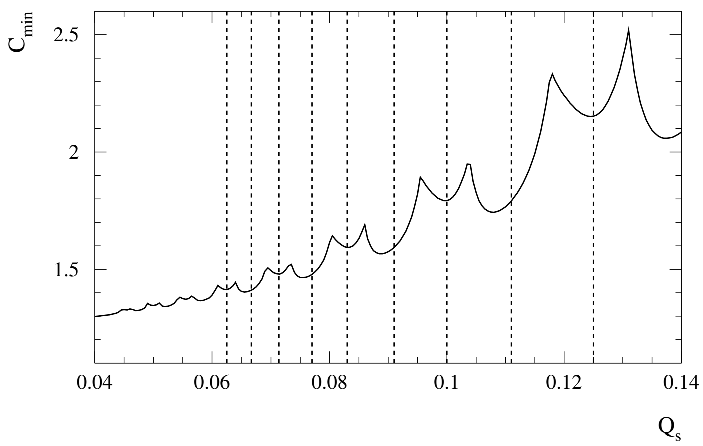


Abbildung 3.8: *Abhängigkeit des minimalen Verstärkungsfaktors C_{min} von der Synchrotronzahl Q_s für LEP1. Die gestrichelten Linien markieren die besonders günstigen Q_s-Werte, für die $Q_s = 1/k$ mit $k \in N$ gilt. Für ungerade k ist $C_{\min}$ kleiner, da in diesem Fall keine Synchrotronsatelliten bei der halbzahligen Spinzahl auftreten.*

Die Rechnungen von Derbenev und Kondratenko in [DER79], die die Abhängigkeit des Polarisationsgrades vom Fourierspektrum des vertikalen Orbits zeigen, sind von zentraler Bedeutung für die Kompensation depolarisierender Störungen und wurden daher im Rahmen dieser Arbeit detailliert nachvollzogen. Die grundlegenden Zusammenhänge wurden dabei zusätzlich mit Hilfe von Computerprogrammen quantitativ für LEP ausgewertet.

Im folgenden sollen die wesentlichen Teile der Rechnungen von Derbenev und Kondratenko vorgeführt werden[‡]. Die Notation, die sowohl Derbenev und Kondratenko als auch viele andere russische Theoretiker benutzen, unterscheidet sich von der bisher verwendeten. Ich folge ihrer Notation um Vergleiche mit den Original-Arbeiten zu ermöglichen:

$$x: \quad \text{“horizontal”} \quad \approx \text{Richtung } 1 \tag{3.52}$$

$$y: \quad \text{“longitudinal”} \quad \approx \text{Richtung } 2 \tag{3.53}$$

$$z: \quad \text{“vertikal”} \quad \approx \text{Richtung } 3 \tag{3.54}$$

Die Spindynamik wird in dem mit $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ bezeichneten Ruhesystem der Teilchen betrachtet. Die Teilchengeschwindigkeit sei durch $\vec{v}$ gegeben. Mit dem Dipol-Führungsmagnetfeld entlang der vertikalen Richtung $\hat{e}_z$ gilt:

$$\vec{e}_1 = \frac{\vec{v} \times \vec{e}_z}{|\vec{v} \times \vec{e}_z|} \quad , \quad \vec{e}_2 = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \quad , \quad \vec{e}_3 = \vec{e}_1 \times \vec{e}_2 \, . \tag{3.55}$$

Für den Fall eines Referenzteilchens, welches auf dem Idealorbit in einem perfekten Speicherring umläuft, stimmt dieses System mit dem Beschleuniger-Koordinatensystem ($\hat{e}_x$, $\hat{e}_y$, $\hat{e}_s$) überein. Derbenev und Kondratenko schreiben die Thomas-BMT-Gleichung für die Spinpräzession als:

$$\dot{\vec{S}} = \vec{w} \times \vec{S} \, , \tag{3.56}$$

[‡]Die aus dem Russischen übersetzten Arbeiten von Derbenev und Kondratenko weisen einige Druckfehler auf. Das erklärt einige kleine Unterschiede zwischen den hier abgeleiteten Ergebnissen und den Ergebnissen, die in den englischen Übersetzungen ihrer Arbeiten zu finden sind.

mit $\dot{\vec{S}}$ als der zeitlichen Ableitung des Spinvektors $\vec{S}$. Im Ruhesystem eines beliebigen Elektrons ist die Präzessionswinkelgeschwindigkeit $\vec{w}$ unter Vernachlässigung elektrischer Felder näherungsweise gegeben durch:

$$\begin{aligned} w_1 &\approx q_a \left(B_y \dot{x} - B_x\right) \ , \\ w_2 &\approx \frac{q_0}{\gamma} \left(B_y + B_x \dot{x}\right) \ , \\ w_3 &\approx -q_a B_z \ . \end{aligned} \tag{3.57}$$

Dabei bezeichnen q_0 und q_a den normalen und den anomalen Teil des gyromagnetischen Verhältnisses. Mit der bisherigen Notation gilt $g = q_0 + q_a$ und $a = q_a/q_0$. Die $\vec{n}$-Achse ist als periodische Lösung der Thomas-BMT-Gleichung im Phasenraum der Bahnbewegung definiert. Mit $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$ muß daher gelten:

$$\dot{n}_1 = w_2 n_3 - w_3 n_2 \ , \tag{3.58}$$

$$\dot{n}_2 = w_3 n_1 - w_1 n_3 \ , \tag{3.59}$$

$$\dot{n}_3 = w_1 n_2 - w_2 n_1 \ . \tag{3.60}$$

Da die Teilchenbahnen im allgemeinen nur wenig vom Gleichgewichtsorbit abweichen, kann die $\vec{n}$-Achse durch Störungstheorie gefunden werden. Im idealen Beschleuniger ohne Ablagen des Gleichgewichtsorbits vom Idealorbit sind $n_3 = 1$ und $n_1 = n_2 = 0$. Für den Fall kleiner Störungen wird in einer linearen Approximation angenommen, daß $n_3 \approx 1$ und damit näherungsweise konstant ist. Damit folgt:

$$\dot{n}_1 \approx w_2 - n_2 w_3 \ , \tag{3.61}$$

$$\dot{n}_2 \approx w_3 n_1 - w_1 \ . \tag{3.62}$$

Mit dem Ansatz $n = n_1 + i n_2$ ergibt sich:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(n_1 + i n_2\right) = i w_3 \left(n_1 + i n_2\right) - i \left(w_1 + i w_2\right) \ . \tag{3.63}$$

Zunächst wird die Lösung der homogenen Gleichung betrachtet:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = i w_3 n \quad \Rightarrow \quad \ln n(t) &= i \int_0^t w_3 \mathrm{d}t' + \ln C(t) \\ n(t) &= C(t) e^{i \int_0^t w_3 \mathrm{d}t'} \ . \end{aligned} \tag{3.64}$$

Durch Einsetzen in Gl. 3.63 folgt:

$$C(t) = -i \int_{-\infty}^{t} \left(w_1 + i w_2\right) e^{i \int_0^{t'} w_3 \mathrm{d}t''} \mathrm{d}t' \tag{3.65}$$

und $n = n_1 + i n_2$ ergibt sich zu:

$$n_1 + i n_2 = -i e^{i \int_0^t w_3 \mathrm{d}t'} \int_{-\infty}^{t} \left(w_1 + i w_2\right) e^{i \int_0^{t'} w_3 \mathrm{d}t''} \mathrm{d}t' \ . \tag{3.66}$$

Aus diesem Ergebnis kann die $\vec{n}$-Achse berechnet werden:

$$\begin{aligned} \vec{n} &= n_3\vec{e}_3 + \Im\left\{i\left(n_1 + in_2\right)\left(\vec{e}_1 - i\vec{e}_2\right)\right\} \\ &\approx \vec{e}_3 + \Im\left\{\left(\vec{e}_1 - i\vec{e}_2\right)e^{i\int_0^t w_3 \mathrm{d}t'}\int_{-\infty}^{t}\left(w_1 + iw_2\right)e^{i\int_0^{t'} w_3 \mathrm{d}t''}\mathrm{d}t'\right\} . \end{aligned} \tag{3.67}$$

In Speicherringen ist es bequemer die Spinvariation entlang des Azimuts zu untersuchen, anstatt ihre Zeitabhängigkeit zu betrachten. Daher wird der verallgemeinerte Azimutwinkel θ eingeführt:

$$t \to \theta : \qquad \mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\theta}\mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\omega_0} . \tag{3.68}$$

Die zeitliche Ableitung $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$ des Azimutwinkels ist gerade die Umlauffrequenz ω_0. Damit schreibt sich $\hat{n}$:

$$\vec{n}(\theta) = \vec{e}_3 + \Im\left\{\left(\vec{e}_1 - i\vec{e}_2\right)e^{i\int_0^\theta \frac{w_3}{\omega_0}\mathrm{d}\theta'}\int_{-\infty}^{\theta}\frac{w_1 + iw_2}{\omega_0}e^{i\int_0^{\theta'} \frac{w_3}{\omega_0}\mathrm{d}\theta''}\mathrm{d}\theta'\right\} . \tag{3.69}$$

Dieser Ausdruck hat folgende Struktur:

$$\vec{n} = \vec{e}_3 + \Im\left\{\left(\vec{e}_1 - i\vec{e}_2\right)\left(f_r + if_i\right)\right\} = \vec{e}_3 + \vec{e}_1 f_i - \vec{e}_2 f_r . \tag{3.70}$$

Die erreichbare Gleichgewichtspolarisation in der Derbenev-Kondratenko Formel wird durch $(\gamma\partial\vec{n}/\partial\gamma)^2$ im Nenner der Gleichung bestimmt. Dieser Term wird im folgenden berechnet:

$$\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma} = \vec{n}' = \vec{e}_1 f_i' - \vec{e}_2 f_r' . \tag{3.71}$$

Damit folgt:

$$\left(\gamma\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}\right)^2 = \gamma^2\left(f_i'^2 + f_r'^2\right) = \gamma^2\left|f'\right|^2 \tag{3.72}$$

und durch Einsetzen der Lösung für $\vec{n}$ aus Gl. 3.69 ergibt sich:

$$\left(\gamma\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}\right)^2 = \gamma^2\left|\frac{\partial}{\partial\gamma}\left[e^{i\int_0^\theta \frac{w_3}{\omega_0}\mathrm{d}\theta'}\int_{-\infty}^{\theta}\frac{w_1 + iw_2}{\omega_0}e^{-i\int_0^{\theta'} \frac{w_3}{\omega_0}\mathrm{d}\theta''}\mathrm{d}\theta'\right]\right|^2 . \tag{3.73}$$

Die Umlauffrequenz ω_0 kann durch das mittlere vertikale Führungsfeld $\langle B_z\rangle$ ausgedrückt werden:

$$\omega_0 = -q_0\langle B_z\rangle/\gamma . \tag{3.74}$$

Im folgenden werden die Ausdrücke für $(\gamma\partial\vec{n}/\partial\gamma)^2$ betrachtet, die Komponenten der Präzessionswinkelgeschwindigkeit $\vec{w}$ besitzen. Zunächst wird w_3 aus Gl. 3.57 eingesetzt:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_0}\int_0^\theta w_3\mathrm{d}\theta' &= -\frac{1}{\omega_0}\int_0^\theta q_a B_z\mathrm{d}\theta' = -\frac{q_a\langle B_z\rangle}{\omega_0}\int_0^\theta \underbrace{\frac{B_z}{\langle B_z\rangle}}_{K(\theta)}\mathrm{d}\theta' \\ &= \gamma\frac{q_a}{q_0}\underbrace{\int_0^\theta K(\theta')\mathrm{d}\theta'}_{\tilde{K}(\theta)} = \nu\tilde{K}(\theta) . \end{aligned} \tag{3.75}$$

Dabei bezeichnet $K(\theta)$ die auf ihren Mittelwert normierte, horizontale Bahnkrümmung am Orte θ. Im folgenden wird zur Vereinfachung der Rechnungen ein runder Speicherring betrachtet. Dann ist $K(\theta) = 1$ und $\tilde{K}(\theta) = \theta$. Die Ergebnisse für einen Speicherring mit beliebiger Bahnkrümmung werden bei Derbenev und Kondratenko angegeben.

Die Ausdrücke für w_1 und w_2 aus Gl. 3.57 besitzen Terme mit $\dot{x}$, die die Modulation der Spinpräzession durch horizontale Betatronoszillationen beschreiben. Für Speicherringe hoher Strahlenergie (große Q-Werte) wird die Depolarisation zwischen Spinresonanzen durch die Energieabhängigkeit der $\hat{n}$-Achse bestimmt. Unter Ausschluß schmaler Bereiche um Q_x können die Terme mit $\dot{x}$ daher vernachlässigt werden und für $(w_1 + iw_2)$ ergibt sich folgendes Ergebnis:

$$\frac{w_1 + iw_2}{\omega_0} \approx \frac{q_0}{\gamma\omega_0}\left(-\frac{q_a\gamma}{q_0}B_x + iB_y\right) = \frac{q_0}{\gamma\omega_0}\left(-\nu B_x + iB_y\right) \approx \nu\frac{B_x}{\langle B_z\rangle} . \tag{3.76}$$

Mit $\nu \gg 1$ können longitudinale Magnetfelder B_y vernachlässigt werden. Einsetzen von Gl. 3.75 und Gl. 3.76 in Gl. 3.73 ergibt für den Spin-Orbit Kopplungsvektor:

$$\left(\gamma\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}\right)^2 = \frac{1}{\langle B_z\rangle^2}\left|\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}\left[e^{i\nu\theta}\int_{-\infty}^{\theta}\nu B_x(\theta')e^{-i\nu\theta'}\mathrm{d}\theta'\right]\right|^2 . \tag{3.77}$$

Mit der Annahme $Q_s \ll 1$ wird folgende Fourierentwicklung eingeführt:

$$\sum_k w_k e^{ik\theta} = \nu\frac{B_x(\theta)}{\langle B_z\rangle} . \tag{3.78}$$

Einsetzen in Gl. 3.77 ergibt:

$$\left(\gamma\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}\right)^2 = \left|\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}\left[e^{i\nu\theta}\sum_k w_k\int_{-\infty}^{\theta}e^{-i(\nu-k)\theta'}\mathrm{d}\theta'\right]\right|^2 . \tag{3.79}$$

Nun wird die Integration durchgeführt. Dabei wird $(\nu - k)$ durch Δ abgekürzt:

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\theta}e^{-i\Delta\theta'}\mathrm{d}\theta' = &\int_{\theta-2\pi}^{\theta}e^{-i\Delta\theta'}\mathrm{d}\theta' + \int_{\theta-4\pi}^{\theta-2\pi}e^{-i\Delta\theta'}\mathrm{d}\theta' \\ &+ \int_{\theta-6\pi}^{\theta-4\pi}e^{-i\Delta\theta'}\mathrm{d}\theta' + \int_{\theta-8\pi}^{\theta-6\pi}e^{-i\Delta\theta'}\mathrm{d}\theta' + \ldots\end{aligned} \tag{3.80}$$

und mit $\theta' \rightarrow \theta' - 2(n-1)\pi$, wobei n die Integralnummer bezeichnet, folgt:

$$\begin{aligned}&= \left(1 + e^{2\pi i\Delta} + e^{4\pi i\Delta} + e^{6\pi i\Delta} + \ldots\right)\cdot\int_{\theta-2\pi}^{\theta}e^{-i\Delta\theta'}\mathrm{d}\theta' \\ &= \frac{1}{1 - e^{2\pi i\Delta}}\cdot\int_{\theta-2\pi}^{\theta}e^{-i\Delta\theta'}\mathrm{d}\theta' \\ &= \frac{e^{-i(\nu-k)\theta}}{-i(\nu-k)} .\end{aligned}$$

Die Konvergenz der Reihenentwicklung wird durch einen künstlichen Dämpfungsfaktor sichergestellt (vergleiche z.B. [MAN87a]). Als Endergebnis ergibt sich:

$$\left(\gamma\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}\right)^2 = \left|\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}\left[\sum_k \frac{w_k}{\nu-k}e^{ik\theta}\right]\right|^2 = \left|\sum_k \frac{\nu w_k e^{ik\theta}}{(\nu-k)^2} + \sum_k \frac{\gamma D_k e^{ik\theta}}{\nu-k}\right|^2 . \tag{3.81}$$

Die Ableitung der Fourierkoeffizienten w_k nach γ ist gerade die Definition der Dispersion und wird mit D_k bezeichnet. Derbenev und Kondratenko haben den Term mit D_k vernachlässigt. Diese Näherung gilt insbesondere nahe an der Spinresonanz mit $\nu - k \ll 1$. Theoretische und experimentelle Studien zeigen in der Tat, daß die Polarisation in allen ebenen Speicherringen mit hoher Strahlenergie durch den Term mit w_k limitiert wird. Man kann daher schreiben:

$$\begin{aligned}\left(\gamma\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}\right)^2 &\approx \left|\sum_k \frac{\nu w_k e^{ik\theta}}{(\nu-k)^2}\right|^2 \qquad (3.82)\\ &= \nu^2\sum_k \frac{|w_k|^2}{(\nu-k)^4} + \nu^2 \sum_{k,k'\neq k} \frac{w_k w_{k'}^* e^{i(k-k')\theta}}{(\nu-k)^2(\nu-k')^2}\\ &\approx \nu^2\sum_k \frac{|w_k|^2}{(\nu-k)^4} \;=\; \text{konstant in } \theta\,.\end{aligned}$$

Ähnliche Ergebnisse lassen sich mit Hilfe anderer Ansätze herleiten. Das angegebene Resultat gilt in der Approximation einer kleinen Synchrotronzahl Q_s und unter der Annahme, daß Depolarisation durch Betatronoszillationen vernachlässigt werden kann. Für ebene Speicherringe mit hoher Strahlenergie sind diese Bedingungen bei einer nahezu halbzahligen Spinzahl gut erfüllt. Man erkennt, daß der Betrag des Spin-Orbit Kopplungsvektors unabhängig von der Position θ im Speicherring ist. Diese Konstanz in θ wird physikalisch verständlich, wenn man bedenkt, daß die Amplitude von Synchrotronoszillationen nur durch die Energie des abgestrahlten Photons und nicht durch die optischen Eigenschaften des Speicherringes am Ort der Abstrahlung bestimmt wird. Erst depolarisierende Effekte durch Dispersion und Betatronoszillationen führen eine azimutabhängige Depolarisation ein, die allerdings für viele praktische Zwecke vernachlässigt werden kann.

In Gl. 3.78 wurden die w_k als Fourierkoeffizienten der horizontalen Magnetfelder B_x entlang des Gleichgewichtsorbits definiert. Horizontale Magnetfelder werden in Speicherringen hauptsächlich durch vertikale Strahlablagen $z(\theta)$ vom Zentrum der Quadrupole verursacht. Wenn die c_k die Fourierkoeffizienten der vertikalen Ablagen $z(\theta)$ sind, dann gilt $c_k \propto w_k$ und für den Spin-Orbit Kopplungsvektor gilt folgende Abhängigkeit:

$$\left(\gamma\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}\right)^2 \propto \nu^2\sum_k \frac{|c_k|^2}{(\nu-k)^4} . \tag{3.83}$$

Diese Abhängigkeit kann mit Polarisationsprogrammen berechnet werden. Abb. 3.9 zeigt den berechneten Polarisationgrad P als Funktion der Stärke der nächsten beiden c_k für LEP1 und für eine Spinzahl von 101.47. Schon Baier und Orlov haben erkannt, daß durch Elimination der komplexen c_k die Polarisation optimiert werden kann [BAI66]. Insbesondere genügt es die beiden c_k zu kompensieren, die der Spinzahl ν am nächsten sind. Das wird als *harmonische Spinkorrektur* des vertikalen Orbits bezeichnet [ROS85].

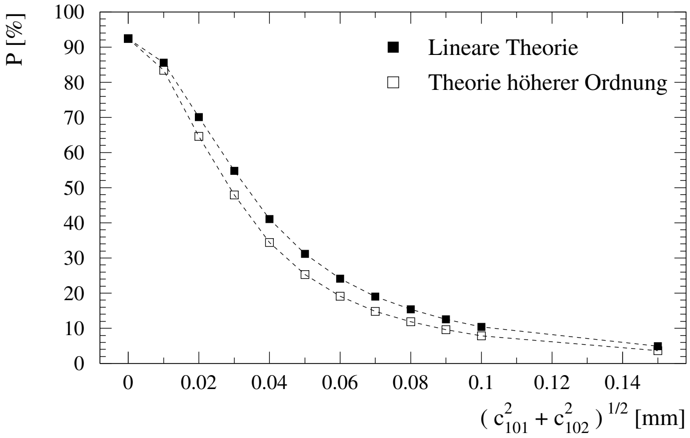


Abbildung 3.9: *Berechnete Abhängigkeit des Polarisationsgrades P von der Stärke c_k der beiden nächsten Ganzzahl-Spinresonanzen. Die Rechnung wurde für eine Spinzahl von 101.47 mit SODOM durchgeführt.*

Die maximale Polarisation, die durch die harmonische Spinkorrektur des vertikalen Orbits erzielt werden kann, wird durch depolarisierende Effekte der vertikalen Dispersion D_z begrenzt. Unter der Annahme, daß alle c_k perfekt eliminiert worden sind, folgt aus Gl. 3.81:

$$\left(\gamma \frac{\partial \vec{n}}{\partial \gamma}\right)^2 \propto \nu^2 \sum_k \frac{|D_k|^2}{(\nu - k)^2} \, . \tag{3.84}$$

Derbenev und Kondratenko haben diese Abhängigkeit vernachlässigt. Sie findet sich aber beispielsweise bei [MON84]. Signifikante Depolarisation wird dann verursacht, wenn starke Fourierkoeffizienten D_k im Fourierspektrum der vertikalen Dispersion mit k nahe der Spinzahl ν auftreten. Der depolarisierende Einfluß der Dispersions-Harmonischen hat dabei eine größere Reichweite als im Falle des vertikalen Orbits. Prinzipiell kann ähnlich zur harmonischen Spinkorrektur des vertikalen Orbits eine harmonische Spinkorrektur der vertikalen Dispersion durchgeführt werden. Da aber in der Praxis hohe Strahlpolarisation ohne diese Korrektur erreicht werden kann, wurde von dieser Möglichkeit bisher kein Gebrauch gemacht.

3.5 Numerische Berechnung der Gleichgewichtspolarisation

Analytische Rechnungen können nicht alle Details der Optik und der Unvollkommenheiten eines realen Beschleunigers adäquat behandeln. Um im konkreten Einzelfall numerische Vorhersagen des Polarisationsgrades zu ermöglichen, wurden zur Berechnung der Gleichgewichtspolarisation Computerprogramme entwickelt. Computerprogramme wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit dazu verwendet, die Abhängigkeit des erreichbaren Polarisationsgrades von verschiedenen Parametern des LEP-Speicherringes zu quantifizieren, Experimente vorzubereiten und Meßergebnisse zu interpretieren. Ihr Einsatz hatte entscheidenden Anteil an den in dieser Arbeit gezeigten Fortschritten im Verständnis und der Kontrolle der Depolarisation im LEP.

3.5.1 SLIM/SITF

SLIM berechnet die $\hat{n}_0$-Achse und den Spin-Orbit Kopplungsvektor in linearer Näherung [CHA77, CHA81b, CHA82a]. SITF ist eine Weiterentwicklung des SLIM-Ansatzes, wobei weiterhin ausschließlich lineare Spinresonanzen berechnet werden [ACK85]. SLIM und SITF wurden für verschiedene Beschleuniger erfolgreich verwendet. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde SITF als Modul im Beschleuniger-Designprogramm MAD eingesetzt [GRO90, GRO93].

3.5.2 SMILE

SMILE berechnet die Depolarisation in höherer Ordnung [MAN87b, MAN88]. Dazu wird eine rekursive Störungsentwicklung der BMT-Gleichung nach den Amplituden der Bahnoszillationen durchgeführt. SMILE wurde erfolgreich für den Speicherring SPEAR eingesetzt. Für Speicherringe hoher Energie mit großer Amplitude der Synchrotronoszillationen treten jedoch Konvergenzprobleme in der Störungsentwicklung auf. In einer neuen Version des Programmes wurde dieses Problem behoben [BAR94]. SMILE wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht verwendet.

3.5.3 SITROS

SITROS ist ein Monte-Carlo Programm, welches die Bewegung aller Spinvektoren eines Teilchenensembles im gestörten Speicherring über viele Umläufe numerisch berechnet [KEW85, BOE92a, BOE92b, BOE94]. Bei anfänglich vertikaler Orientierung der Spinvektoren ergibt die Beobachtung des Ensemblemittelwertes die Depolarisationszeit, aus der der Gleichgewichts-Polarisationsgrad folgt. In diesem Ansatz muß die Synchrotronstrahlung an wenigen Stellen des Ringes konzentriert werden. Außerdem ist die Anzahl der simulierten Teilchen aus praktischen Gründen begrenzt. Die Ausläufer der Teilchenverteilung, von denen ein wichtiger Beitrag zur Depolarisation erwartet wird, können daher nur mit begrenzter Genauigkeit berechnet werden. SITROS wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht verwendet.

3.5.4 SODOM

SODOM berechnet die $\hat{n}$-Achse und den Spin-Orbit Kopplungsvektor in höherer Ordnung [YOK92]. Dabei wird die $\hat{n}$-Achse für nicht-strahlende Teilchen numerisch berechnet, ohne daß eine Störungsentwicklung explizit notwendig wird. Der Spin-Orbit Kopplungsvektor wird über die Variation der $\hat{n}$-Achse für benachbarte Punkte im Phasenraum definiert. SODOM ist seit 1992 verfügbar und wurde seitdem für einen idealisierten Modellring mit den Programmen SMILE und SITF, sowie SITROS verglichen [GRO92, BOE94]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde SODOM erstmals auf realistische Problemstellungen angewendet.

Die Ergebnisse von SODOM wurden für ein realistisches LEP-Modell soweit wie möglich mit Ergebnissen von SITF und der analytischen Theorie verglichen. Dabei wurde eine sehr gute Übereinstimmung gefunden. Abb. 3.10 zeigt beispielsweise die Berechnung des Zusammenhanges aus Gl. 3.83 in linearer Ordnung für SITF und SODOM.

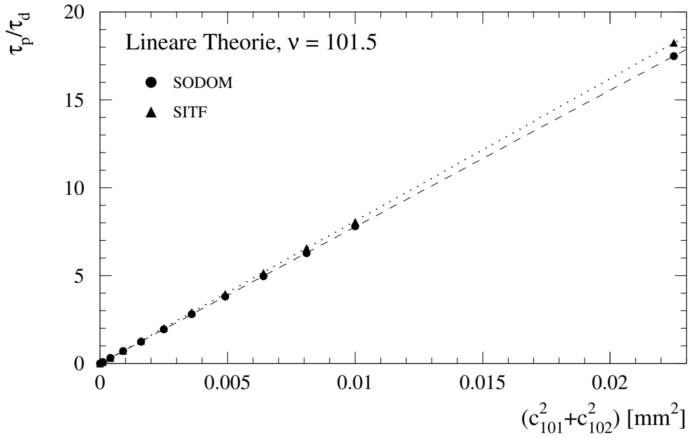


Abbildung 3.10: *Numerische Berechnung der Abhängigkeit der Depolarisation τ_p/τ_d von den Resonanzstärken c_k der nächsten beiden Ganzzahl-Spinresonanzen für LEP. Ergebnisse in linearer Ordnung von SITF und SODOM werden verglichen.*

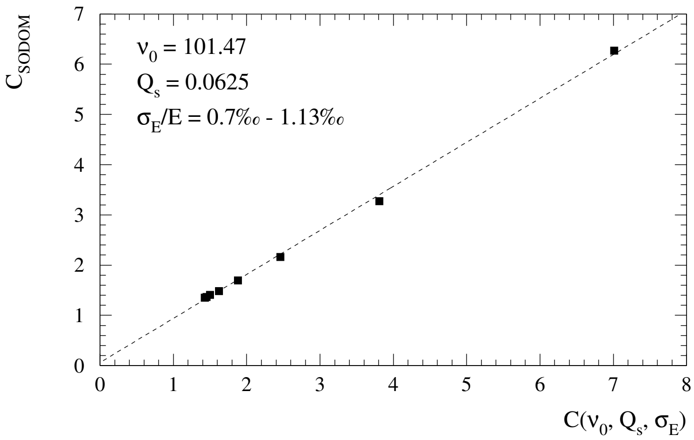


Abbildung 3.11: *Vergleich der Verstärkungsfaktoren von SODOM und der analytischen Theorie. Durch die asymmetrischen Dämpfungs-Wiggler wurde die Energiestreuung σ_E/E bei sonst unveränderten Maschinenbedingungen variiert.*

Die quantitative Übereinstimmung ist bemerkenswert. Ein Vergleich von SODOM mit der analytischen Theorie der Synchrotronsatelliten wird in Abb. 3.11 gezeigt. Bei sonst unveränderten Maschinenbedingungen wurde die Energiestreuung mit den asymmetrischen Dämpfungs-Wigglern verändert. Der aus SODOM extrahierte Verstärkungsfaktor C_{SODOM} wird mit dem aus der analytischen Theorie berechneten Wert $C(\nu_0, Q_s, \sigma_E)$ verglichen. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung, wobei quantitativ folgender ungefährer Zusammenhang gilt:

$$C_{\text{SODOM}} \approx 0.9 \cdot C(\nu_0, Q_s, \sigma_E) + 0.06 \; . \tag{3.85}$$

SODOM liefert ein etwas optimistischeres Bild als die analytische Theorie der Synchrotronsatelliten, der einige idealisierende Annahmen zugrundeliegen. Bezogen auf den Polarisationsgrad, bleiben die numerischen Unterschiede jedoch gering.

Diese Resultate stehen im Widerspruch zu Untersuchungen, die mit Hilfe des Monte-Carlo-Programmes SITROS für LEP1 mit Wigglern durchgeführt wurden. Bei einer Energiestreuung von 78 MeV wurde hohe Polarisation für LEP1 vorhergesagt [KOU88a]. Die damaligen Ergebnisse lassen sich mit einer ungenügenden Simulation der Ausläufer der Teilchenverteilung in SITROS erklären. Neuere Ergebnisse zeigen, daß die Energiestreuung in SITROS künstlich erhöht werden muß, damit eine Übereinstimmung zwischen SODOM und SITROS erreicht werden kann [BOE94].

3.5.5 SPINLIE

SPINLIE berechnet depolarisierende Spinresonanzen in zweiter Ordnung unter Einbeziehung der nicht-linearen Bahnbewegung der Teilchen [EID90, EID93]. Methoden der Lie-Algebra werden dabei zur Störungsentwicklung der Spinpräzession eingesetzt. SPINLIE ist noch in der Erprobungsphase.

Kapitel 4

Polarisationsmessung

Am LEP-Speicherring wurde zur Messung der Strahlpolarisation in der Wechselwirkungszone 1 ein Compton-Laserpolarimeter installiert. Laserpolarimeter wurden 1969 von Baier und Khoze vorgeschlagen [BAI69] und sind zwischenzeitlich zur Standardausrüstung in e^+e^- Speicherringen geworden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde an Verbesserungen der Datenübertragung, Datenanalyse und Fernsteuerung des LEP-Polarimeters mitgearbeitet. Insbesondere wurden die Meßgenauigkeit und die absolute Kalibration des Polarisationsgrades studiert.

4.1 Meßprinzip

Die Polarisation des Elektronenstrahls im LEP wird mit Hilfe eines Laserstrahls, der dem Elektronenstrahl entgegengelenkt wird, über die Compton-Streuung $\gamma + e^- \to \gamma + e^-$ gemessen. Der Wechselwirkungsquerschnitt σ_c hängt von der Polarisation des Laserlichts und der Polarisation der Elektronen ab. Die allgemeine Berechnung von σ_c im Ruhesystem des Elektrons wurde von Lipps und Tolhoek [LIP54] durchgeführt.

Zunächst wird die Streuung eines Photons der Energie k_0' an einem ruhenden Elektron betrachtet. Nach der Wechselwirkung besitzt das gestreute Photon die Energie k', den Streuwinkel ϑ' und den Azimutwinkel ϕ'. Die Energien k_0' und k' sind in Einheiten der Ruheenergie $m_e c^2$ des Elektrons definiert. Die Kinematik der Comptonstreuung wird in Abb. 4.1 gezeigt. Der differentielle Wechselwirkungsquerschnitt $d\sigma_c/d\Omega$ ergibt sich

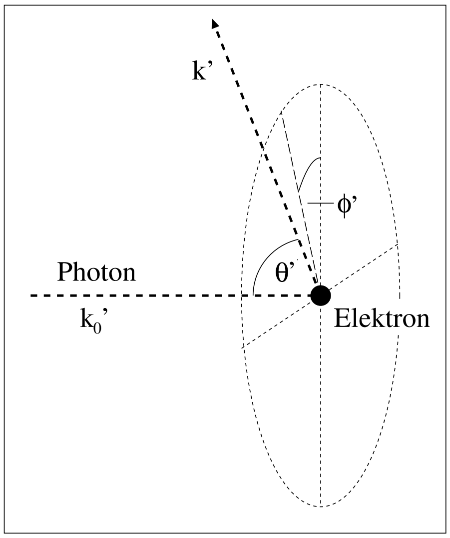


Abbildung 4.1: *Kinematik der Comptonstreuung. Ein Photon der Energie k_0' wird an einem ruhenden Elektron gestreut. Nach der Wechselwirkung besitzt das gestreute Photon die Energie k', den Streuwinkel θ' (im Text ϑ') und den Azimutwinkel ϕ'.*

zu [LIP54]:

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2}\left(\frac{k'}{k'_0}\right)^2 (\Phi_0 + \Phi_1 + \Phi_2) \tag{4.1}$$

mit

$$\Phi_0 = \left(1 + \cos^2\vartheta'\right) + (k'_0 - k')(1 - \cos\vartheta') \ , \tag{4.2}$$

$$\Phi_1 = \eta_1 \sin^2\vartheta' \ , \tag{4.3}$$

$$\Phi_2 = -\eta_3 (1 - \cos\vartheta') \ \vec{P} \cdot \left(\vec{k}'_0 \cos\vartheta' + \vec{k}'\right) \ . \tag{4.4}$$

Dabei bezeichnet r_e den klassischen Elektronenradius, $\vec{P} = (P_1, P_2, P_3)$ den Polarisationsvektor der Elektronen und $\vec{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \eta_3)$ den Lichtpolarisatonsvektor. Der Wechselwirkungsquerschnitt der Compton-Streuung hängt über Φ_2 von der Elektronenpolarisation ab. Für vertikale Elektronenpolarisation $\vec{P} = (0, 0, P)$ und zirkular polarisiertes Licht $\vec{\eta} = (0, 0, 1)$ verschwindet Φ_1 und Φ_2 wird [PLA89]:

$$\Phi_2 = \pm P \cos\phi' (1 - \cos\vartheta')\, k' \sin\vartheta' \ . \tag{4.5}$$

Mit zirkular polarisiertem Licht ist Φ_2 der einzige spinabhängige Beitrag zum Wechselwirkungsquerschnitt der Comptonstreuung. Er ist proportional zur vertikalen Elektronenpolarisation P, und sein Vorzeichen kann durch das Vorzeichen der zirkularen Lichtpolarisation (Lichthelizität) gewählt werden. In Abhängigkeit von der Lichthelizität und der Elektronenpolarisation ergeben sich zwei unterschiedliche totale Wirkungsquerschnitte, deren Differenz für $\phi' = 0°$ oder $180°$ und $\vartheta' = \pm 90°$ maximal ist. Die Spinabhängigkeit äußert sich daher hauptsächlich in einer vertikalen Asymmetrie in der Anzahl der gestreuten Photonen.

Für Elektronen, die sich mit relativistischer Geschwindigkeit bewegen, ergibt sich die Kinematik der Comptonstreuung im Laborsysytem durch die Lorentztransformation. Der Streuwinkel $\vartheta' = 90°$ transformiert sich zu:

$$\vartheta_{\mathrm{LAB}} = 1/(\gamma \tan 90°/2) = 1/\gamma \ . \tag{4.6}$$

Die Photonen werden fast alle in einem engen Kegel entlang der Bewegungsrichtung der Elektronen zurückgestreut. Für Elektronen mit 45.6 GeV (LEP) tritt im Laborsystem eine maximale Asymmetrie bei Rückstreuung unter einem Winkel von 1.8 μrad auf. Die Anzahl der zurückgestreuten Photonen kann mit abwechselnder Lichthelizität als Funktion des Streuwinkels ϑ_{LAB} gemessen werden. Die Elektronenpolarisation manifestiert sich dann als vertikale Asymmetrie in der Anzahl der zurückgestreuten Photonen.

4.2 Das LEP-Polarimeter

Im folgenden soll in Kürze das LEP-Polarimeter beschrieben werden. Eine ausführliche Darstellung aller relevanten Details findet sich bei [PLA89, DEH94b]. Abb. 4.1 zeigt den schematischen Aufbau des LEP-Polarimeters.

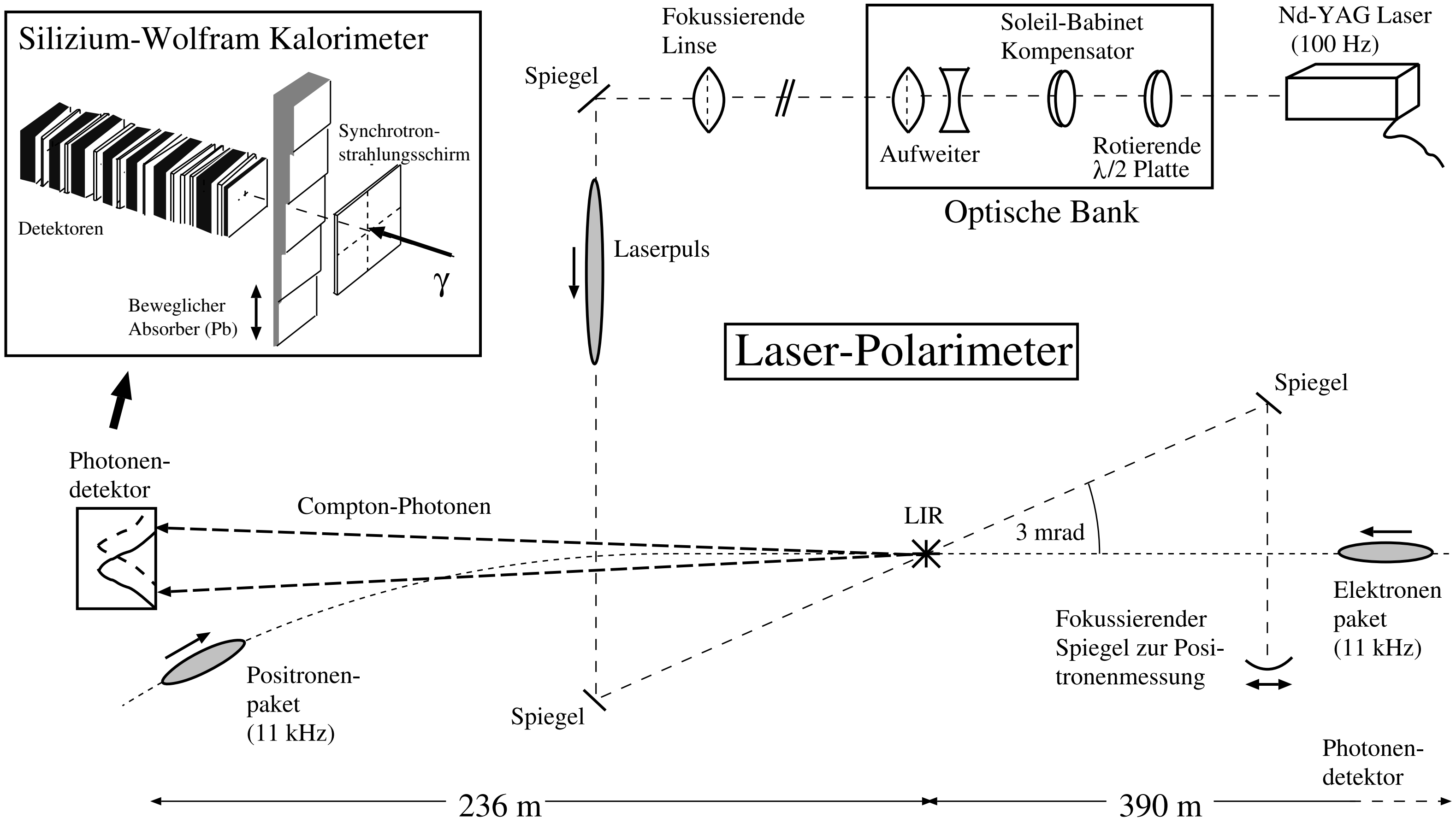


Abbildung 4.2: *Schematische Ansicht des Laser-Polarimeters für LEP. Ein Nd-YAG Laser im optischen Labor erzeugt mit einer Wiederholrate von 100 Hz Lichtpulse hoher Intensität. Mit einer rotierenden $\lambda/2$-Platte und einem Soleil-Babinet Kompensator wird das Licht mit abwechselnder Helizität zirkular polarisiert. Das polarisierte Licht wird über 114 m in den LEP-Tunnel und das Strahlrohr geleitet und am sogenannten "LIR" zur Kollision mit einem Elektronenpaket gebracht. Um eine maximale Wechselwirkungsrate zu erreichen, wird das Laserlicht im LIR fokussiert. Die von den Elektronen zurückgestreuten Compton-Photonen werden 236 m entfernt in einem Silizium-Wolfram Kalorimeter gemessen. Die Differenz in der vertikalen γ-Verteilung enthält die Information über die Strahlpolarisation. Das LEP-Polarimeter ermöglicht die Messung der Positronenpolarisation, indem die Laserpulse mit einem fokussierenden Spiegel in das Strahlrohr zurückreflektiert werden und ein zweiter Photonenendetektor aufgebaut wird.*

1. Mit Hilfe eines Nd-YAG Lasers im optischen Labor werden mit einer Wiederholrate von 100 Hz Lichtpulse mit hoher Intensität erzeugt. Das Laserlicht ist linear polarisiert und besitzt eine Wellenlänge von 532 nm (grün). Die Energie der Photonen beträgt 2.3 eV.

2. Mit einer rotierenden $\lambda/2$-Platte und einem Soleil-Babinet-Kompensator wird das linear polarisierte Licht im optischen Labor zirkular polarisiert. Dabei erhalten je zwei aufeinanderfolgende Lichtpulse unterschiedliche Helizitäten.

3. Die Lichtpulse werden mittels verschiedener Spiegel und Fenster über 114 m in den LEP-Tunnel und das Strahlrohr geleitet. Im sogenannten LIR ("Laser Interaction Region") werden die Lichtpulse unter einem Winkel von 3 mrad mit einem ausgewählten Elektronen- oder Positronenpaket in Kollision gebracht. Durch ein System optischer Linsen wird sichergestellt, daß der Lichtstrahl im LIR fokussiert ist.

4. Nach magnetischer Auslenkung der Teilchenstrahlen werden die Verteilungen der mit bis zu 28 GeV zurückgestreuten Photonen separat für beide Helizitäten in einem Silizium-Wolfram Kalorimeter gemessen. Dabei werden die Photonen zunächst in einem beweglichen Blei-Absorber aufgeschauert. Der Detektor besteht aus horizontal und vertikal ausgerichteten Streifenzählern, die in Schichten angeordnet sind ("Sandwich-Kalorimeter").

Die Strahlpolarisation P manifestiert sich in einer vertikalen Asymmetrie zwischen den Verteilungen, die mit den beiden verschiedenen Helizitäten gemessen werden. Die *Mittelwertverschiebung* Δy ist proportional zur Strahlpolarisation P:

$$\Delta y = \xi \cdot P \; . \tag{4.7}$$

Der Proportionalitätsfaktor ξ definiert die Polarisationsskala und wird im folgenden als *Polarisationsskalenfaktor* bezeichnet. Er wird aus Simulationen und Messungen bestimmt.

In Abb. 4.3 wird eine gemessene Verteilung zurückgestreuter Photonen und die dazugehörige Asymmetrie zwischen den beiden Helizitäten als Funktion der vertikalen Position y gezeigt. Der Polarisationsgrad in dem gezeigten Experiment betrug etwa 57%. Die Mittelwertverschiebung Δy wird durch die Kreuzkorrelation der beiden gemessenen Verteilungen bestimmt. Diese Methode minimiert den Einfluß systematischer Fehler.

4.3 Genauigkeit der Polarisationsmessung

Die Genauigkeit der Polarisationsmessung wird im wesentlichen durch die Anzahl der zurückgestreuten Photonen (statistischer Fehler), die Stabilität der Wechselwirkungszone und die Qualität der Lichtpolarisation (systematischer Offsetfehler) bestimmt. Der seit 1993 im LEP-Polarimeter eingesetzte Laser erlaubt eine Pulsrate von 100 Hz mit etwa $3.3{\cdot}10^{17}$ Photonen (125 mJ) pro Lichtpuls. Zusätzlich wurde die Compton-Wechselwirkungsrate durch eine bessere Fokussierung des Laserstrahls im LIR optimiert. Bei einer erwarteten Erhöhung der Statistik um einen Faktor 10 [DEH93] konnten gegenüber 1992 bis zu fünfmal mehr zurückgestreute Photonen pro Zeiteinheit gemessen werden. Die

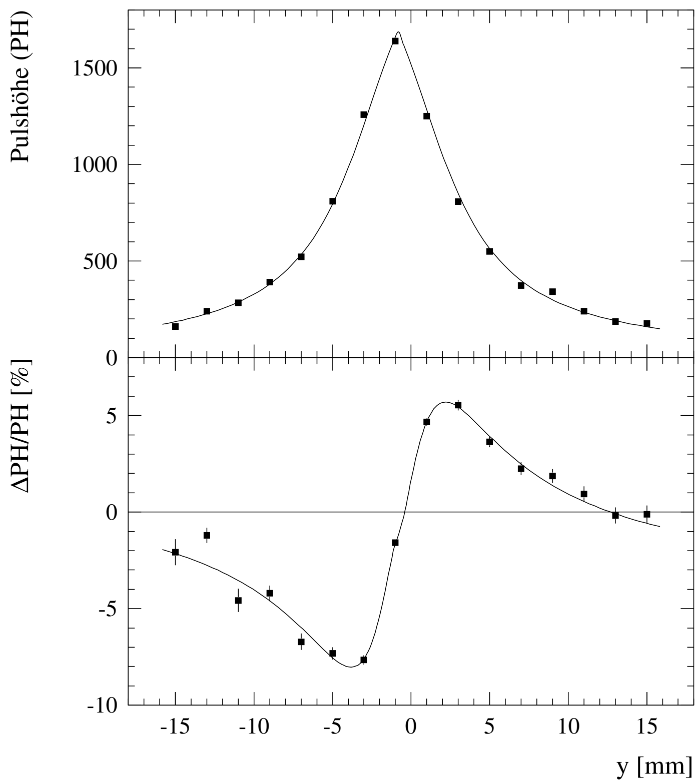


Abbildung 4.3: *Oben: Gemessene Pulshöhe (Anzahl der zurückgestreuten Photonen) als Funktion der vertikalen Position y. Die beiden Helizitäten wurden gemittelt. Unten: Asymmetrie in der gemessenen Pulshöhe für die beiden verschiedenen Helizitäten. Die Strahlpolarisation betrug im gezeigten Beispiel etwa 57%.*

erreichte Wechselwirkungsrate wurde durch eine horizontale Instabilität in der Position des Laserstrahls am LIR begrenzt. Diese Instabilität wurde durch kleine niederfrequente Vibrationen der Strahlröhre, die an Spiegel im optischen Weg ankoppelten, verursacht. Trotzdem wurden so hohe Wechselwirkungsraten erreicht, daß die Lebensdauer des im LEP-Speicherring zirkulierenden Elektronenstrahles zeitweilig von über 30 Stunden auf etwa drei Stunden reduziert wurde. Damit wurde die Wechselwirkungsrate nahe an ihre natürliche Grenze (Zerstörung des Elektronenstrahls) getrieben, und die Polarisation konnte in kurzer Zeit mit einem kleinen statistischen Fehler P_{stat} gemessen werden.

Eine begrenzte Apertur für die zurückgestreuten Photonen führt in Kombination mit Änderungen in der Position und der Form ihrer Verteilungen zu systematischen Fehlern P_{syst} in der gemessenen Mittelwertverschiebung [SCH92]. Wenn der zurückgestreute γ-Strahl nicht gut in der Apertur zentriert ist, dann werden die Verteilungen beim Umschalten der Helizität asymmetrisch abgeschnitten. Das führt zu einer zusätzlichen systematischen Mittelwertverschiebung. Lineare Polarisationskomponenten im zirkular polarisierten Licht verstärken solche systematischen Offsetfehler P_{syst} [SCH92].

Unter Hinzunahme des Skalenfehlers $\Delta P_{\mathrm{scale}}$, der im nächsten Abschnitt besprochen wird, wurde am LEP während einer einminütigen Messung typischerweise der folgende

Meßfehler erreicht:

$$
\begin{aligned}
\Delta P &= 0.8\,\% + \Delta P_{\text{scale}} && \text{(totaler Fehler in 1 Minute)} && (4.8)\\
\Delta P_{\text{stat}} &= 0.6\,\%\ \text{min}^{-1/2} && \text{(statistischer Fehler)} && (4.9)\\
\Delta P_{\text{syst}} &= 0.5\,\% && \text{(systematischer Offsetfehler)} && (4.10)\\
\Delta P_{\text{scale}} &= 0.048 \cdot P && \text{(Skalenfehler)} && (4.11)
\end{aligned}
$$

Der angegebene Offsetfehler ist als der Fehler definiert, der im Mittel erreicht wird, wenn die Position des zurückgestreuten γ-Strahls horizontal besser als 1.5 mm und vertikal besser als 0.8 mm im Detektor zentriert wird. In den meisten Experimenten war diese Bedingung erfüllt. Zeitweise konnten Änderungen in der Überlappregion zwischen Laserpuls und Teilchenpaket jedoch nicht korrigiert werden, da andere Aufgaben Priorität hatten. Daher treten in den Daten vereinzelt systematische Offsetfehler in der Größenordnung von einigen Prozent auf. Im Herbst 1993 wurde ein System zum automatischen Nachfahren des Polarimeters installiert, mit dessen Hilfe systematische Offsetfehler unter 0.5% gehalten werden können.

4.4 Bestimmung der absoluten Polarisationsskala

Die Genauigkeit, mit der der absolute Polarisationsgrad bestimmt werden kann, wird am LEP bei mehr als 30% Polarisation durch den Fehler auf der absoluten Polarisationsskala bestimmt.

Eine experimentelle Bestimmung von ξ ergibt sich durch die genaue Messung des Polarisationsanstiegs. In Abschnitt 3.2.3 wurde gezeigt, daß in e^+e^--Speicherringen aus dem gemessenen Wert der effektiven Anstiegszeit τ_p^{eff} der asymptotische Polarisationsgrad P_∞ bestimmt werden kann. Gleichzeitig ergibt sich aus der Anpassungsrechnung des Polarisationsaufbaus die asymptotische Mittelwertverschiebung Δy_∞. Aus P_∞ und Δy_∞ wird dann der Polarisationsskalenfaktor $\xi = \Delta y_\infty / P_\infty$ berechnet.

Die genaueste Messung des Polarisationsaufbaus im LEP-Speicherring wird später in Abb. 5.14 gezeigt. Für diese Messung ist der Nullpunkt des Polarisationsanstiegs genau bekannt. Parallel zum Polarisationsaufbau wurde die asymptotische Mittelwertverschiebung Δy_∞ auf einem anderen Elektronenpaket explizit gemessen. Aus diesem Experiment läßt sich der folgende Polarisationsskalenfaktor bestimmen:

$$\xi = (4.36 \pm 0.21)\,\mu\text{m}/\%\ . \tag{4.12}$$

Dieses experimentelle Ergebnis stimmt innerhalb der Fehler mit Ergebnissen aus Simulationen überein [DEH94b]. In einer anderen Messung konnte ξ zu $(4.16 \pm 0.40)\,\mu\text{m}/\%$ bestimmt werden. Für die vorliegende Arbeit wurden die gemessenen Mittelwertverschiebungen mit Hilfe der genauesten Messung $\xi = 4.36\,\mu\text{m}/\%$ in Strahlpolarisation umgerechnet. Die gezeigten Meßpunkte berücksichtigen dabei nicht den Fehler auf der absoluten Polarisationsskala.

4.5 Datenanalyse

Die Nutzung der transversalen Strahlpolarisation, insbesondere die Messung der Strahlenergie mittels resonanter Spinvektordrehung, macht eine schnelle Datenanalyse erforderlich, die dem Benutzer in Echtzeit Änderungen in der Strahlpolarisation zugänglich macht. Alle Manipulationen am Speicherring werden vom LEP-Kontrollraum aus durchgeführt, und der Benutzer wird sich vorzugsweise dort aufhalten. Die gemessenen Daten müssen daher über einige Kilometer vom Polarimeter in den LEP-Kontrollraum transferiert werden.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde an der Verbesserung von Datenübertragung, Datenanalyse und Fernsteuerung des Polarimeters mitgearbeitet. Im Jahre 1991 wurde eine schnelle Netzwerkübertragung der digitalisierten Daten und eine Echtzeit-Datenanalyse im LEP-Kontrollraum installiert. Das Polarisationssignal und eine Vielzahl weiterer Meßgrößen wurden über Bildschirme graphisch zugänglich gemacht. Wichtige Einstellungen des Polarimeters konnten vom LEP-Kontrollraum aus vorgenommen werden. Im Jahre 1992 wurden Datennahme und Datenanalyse weiter verbessert, und zu Beginn des Jahres 1993 war das LEP-Polarimeter in allen Einstellungen fernsteuerbar.

Die experimentellen Ergebnisse, die im folgenden gezeigt werden, resultieren aus der späteren Analyse der digital abgespeicherten Meßdaten. Die Qualität der Meßergebnisse wurde dabei durch Schnitte auf die Güte der Polarimetereinstellung verbessert. Häufig ist die Beschränkung auf ausgewählte Teilchenpaktete notwendig, da viele der gezeigten Daten parallel zur Energiekalibration gemessen wurden. Während sechs Teilchenpakete in regelmäßigen Abständen für die Energiekalibration depolarisiert wurden, konnte mit den beiden übrigen Paketen der ungestörte Polarisationsgrad gemessen werden. Das erklärt Lücken in den gezeigten Meßdaten.

Kapitel 5

Untersuchungen zur transversalen Strahlpolarisation im LEP

In diesem Kapitel werden die Untersuchungen beschrieben, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit zur transversalen Strahlpolarisation im LEP durchgeführt wurden. Der Betrieb des LEP-Speicherringes zur Produktion von Z-Bosonen wird im folgenden als *Standardbetrieb* bezeichnet. Entsprechend wird von *Standardwerten* oder auch *Physikwerten* der Parameter des Speicherringes gesprochen. Im Gegensatz dazu bezeichnen die *Polarisationswerte* die Einstellungen, mit denen Polarisationsmessungen durchgeführt wurden.

Im ersten Abschnitt wird gezeigt, wie Polarisationsmessungen im unmittelbaren Anschluß an die Produktion von Z-Bosonen ermöglicht wurden. Die Polarisationswerte der Parameter des Speicherringes mußten dazu möglichst weit den Standardwerten angeglichen werden. Anschließend wird die Optimierung des Polarisationsgrades im LEP gezeigt. Die Methode der deterministischen harmonischen Spin-Orbitkorrektur wird ausführlich dargestellt. Darüber hinaus werden die Messung einer Spinresonanz sechster Ordnung und Ergebnisse zur Beschleunigung des Polarisationsaufbaus und zur Depolarisation durch Energiestreuung vorgestellt. Wenn nicht anders erwähnt, wurden die beschriebenen Messungen am Elektronen-Einzelstrahl ohne Strahl-Strahl Wechselwirkung durchgeführt.

Die Eigenheit transversaler Spin-Polarisation in e^+e^--Speicherringen erfordert eine Vorbemerkung zur allgemeinen Methodik des Vorgehens. Aufgrund der langen Anstiegszeit der Polarisation kann erst nach weit über sechs Stunden ein hoher Gleichgewichtspolarisationsgrad im LEP beobachtet werden. Da die Meßzeiten begrenzt sind, wird im allgemeinen die zeitliche Entwicklung der Polarisation nach Einschalten eines bestimmten Parameters beobachtet. Aus der Messung der Polarisationsänderung kann der Gleichgewichtspolarisationsgrad häufig nachträglich berechnet werden. Die meisten Abbildungen stellen im folgenden den gemessenen Polarisationsgrad als Funktion der Tageszeit am Tag des beschriebenen Versuches dar. Wann immer möglich wurde der angepaßte Polarisationsanstieg eingezeichnet und Änderungen von Parametern deutlich gemacht.

5.1 Polarisation im Standardbetrieb

Das LEP-Programm hatte 1993 unter anderem die verbesserte Messung der Masse und Zerfallsbreite des Z-Bosons zum Ziel. Das erforderte regelmäßige Energiekalibrationen mittels resonanter Spinvektordrehung, die im unmittelbaren Anschluß an die Produktion der Z-Bosonen durchgeführt werden mußten. In den folgenden Abschnitten wird beschrieben, wie Polarisationsmessungen nahe am Standardbetrieb ermöglicht wurden.

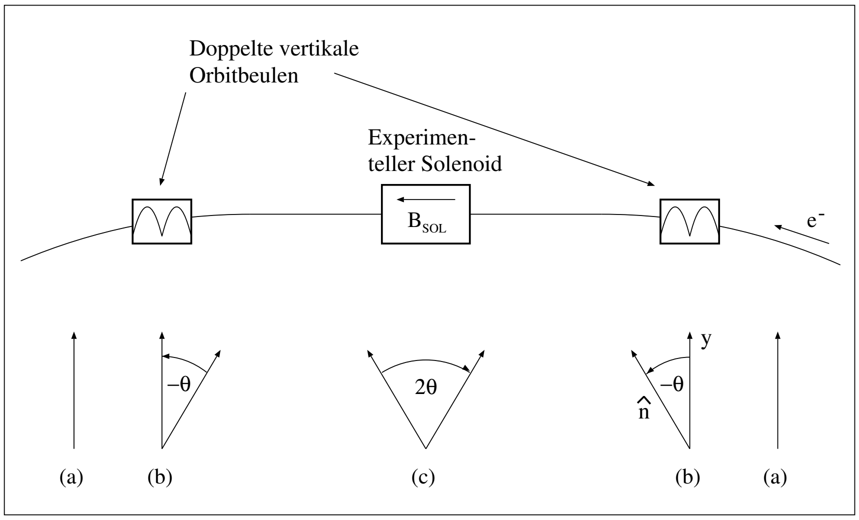


Abbildung 5.1: *Prinzip der Solenoid-Spinkompensation. Das longitudinale B-Feld der experimentellen Solenoiden dreht den Spin um einen Winkel 2θ um die longitudinale Richtung (c). Vertikale Orbitbeulen, die zu Beginn der Kreisbögen auf beiden Seiten des Solenoiden angeordnet sind, kompensieren die Spindrehung (b), so daß die $\vec{n}_0$-Achse nahezu überall in den Kreisbögen vertikal ist (a).*

5.1.1 Spinkompensation der Solenoidmagnete

Die experimentellen Solenoidmagnete im LEP erzeugen starke longitudinale Magnetfelder. Die resultierenden Spindrehungen um die longitudinale Richtung (z.B. ALEPH: 66 mrad) begrenzen die transversale Strahlpolarisation im idealen LEP-Speicherring auf einen kleinen Residuumswert $P_{\rm sol}$, der zwischen 1% und 6% liegt [ASS94b]. Die Stärke der Depolarisation hängt vom Spinphasenvorschub zwischen den Solenoidmagneten und damit von der Spinzahl ν ab.

Im Standardbetrieb sind die Solenoidmagnete eingeschaltet. Die von ihnen verursachten Spindrehungen müssen kompensiert werden, um eine ausreichend hohe Strahlpolarisation zu erreichen. Ort und Stärke der Solenoidfelder sind genau bekannt. Daher können sowohl die Störung der Spinpräzession als auch ihre Kompensation mit guter Genauigkeit berechnet werden [BLO90]. Das Prinzip der Solenoidkompensation ist in Abb. 5.1 dargestellt. Durch den Einsatz vertikaler Orbitbeulen wird eine geschlossene Spinbeule um den Solenoiden herum erzeugt.

Der depolarisierende Einfluß des longitudinalen Magnetfeldes, das durch den ALEPH-Solenoidmagneten erzeugt wird, und die Spinkompensation von ALEPH und DELPHI werden in Abb. 5.2 gezeigt. In Abb. 5.3 ist die entsprechende Spinkompensation für OPAL und L3 dargestellt. In beiden Abbildungen wird der zeitliche Verlauf der gemessenen Polarisation gezeigt. Nach der Spinkompensation der Solenoidmagnete wurde gegen Ende der Experimente eine Verringerung des Polarisationsgrades beobachtet. Mögliche Erklärungen dafür sind Ungenauigkeiten im Solenoidmodell, welches für die Spinberechnungen verwendet wurde, oder Seiteneffekte im Speicherring, z.B. Orbitänderungen und Störungen der Q-Werte. Da später mit vier kompensierten Solenoidmagneten Po-

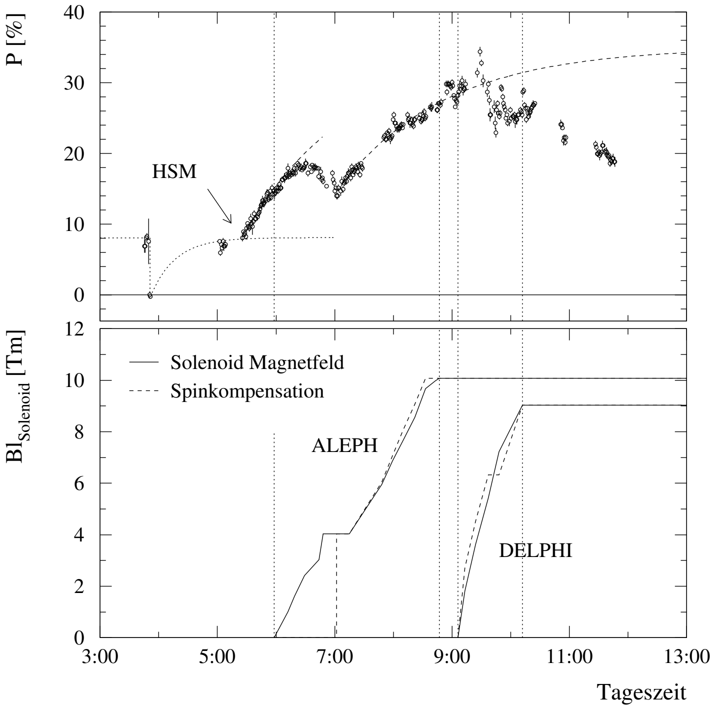


Abbildung 5.2: *Oben: Zeitliche Entwicklung der gemessenen Polarisation P ($\nu = 105.5$). Im Anschluß an die harmonische Spin-Orbitkorrektur (HSM) erhöhte sich der Polarisationsgrad von 8% auf etwa 18%. Durch das Einschalten des ALEPH-Solenoidmagneten wurde P auf 14% reduziert. Die anschließende Spinkompensation erlaubte einen Polarisationsanstieg auf 30%, der durch das Einschalten des kompensierten DELPHI-Solenoidmagneten beendet wurde. Unten: Integriertes Magnetfeld Bl der Solenoiden mit zugehöriger Spinkompensation.*

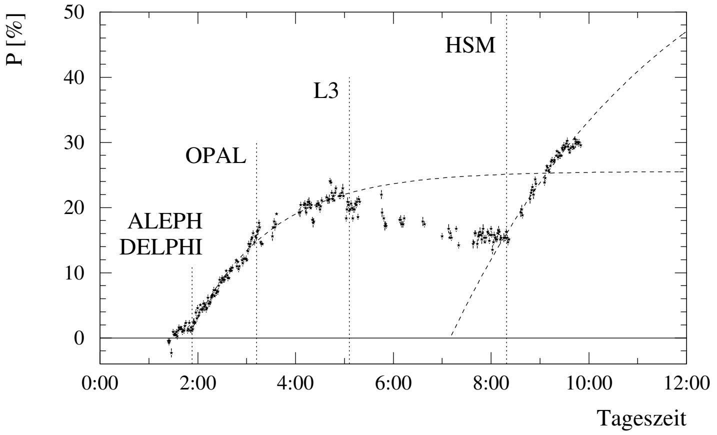


Abbildung 5.3: *Spinkompensation von OPAL und L3. Die Kompensation folgte demselben Schema wie in Abb. 5.2. Nach der Spinkompensation von L3 verringerte sich der Polarisationsgrad langsam und konnte erst nach harmonischer Spin-Orbitkorrektur (HSM) wieder erhöht werden. Das gezeigte Experiment wurde mit einer Spinzahl von 101.5 durchgeführt.*

larisation bis zu 57% gemessen wurde, kann gefolgert werden, daß Seiteneffekte die Polarisationsverluste verursacht haben. Die obere Grenze des Polarisationsgrades, der im LEP mit kompensierten Solenoidmagneten erreicht werden kann, wurde mit linearen Polarisationsprogrammen zu 70% berechnet [BLO90].

5.1.2 Standardoptik

In der Standardoptik des LEP-Speicherringes wird die vertikale Betatronfunktion β_y^* des Strahls am Wechselwirkungspunkt von 20 cm auf 5 cm verringert. Ein signifikanter Einfluß der Standardoptik auf die transversale Strahlpolarisation wird nicht erwartet und wurde experimentell auch nicht beobachtet.

5.1.3 Pretzel-Schema

Im Pretzel-Schema, welches seit 1992 im LEP-Standardbetrieb verwendet wird, werden die Strahlen mit elektrostatischen Separatoren in den Kreisbögen und in den ungeraden Wechselwirkungspunkten horizontal getrennt [BAI93]. Im idealen Speicherring haben die mit dem Pretzel-Schema verbundenen Änderungen im horizontalen Orbit keinen Einfluß auf die Spindynamik, wenn von einer kleinen, kaum signifikanten Änderung in der Spinzahl abgesehen wird [JOW93a]. Im LEP konnte allerdings mit eingeschaltetem Pretzel-Schema für die drei Arbeitsenergien nur ein reduzierter Polarisationsgrad gemessen werden. Die beobachtete Polarisation war zudem für die verschiedenen Strahlenergien stark unterschiedlich. Zwei Seiteneffekte des Pretzel-Schematas erklären diese Beobachtungen:

- Die vertikalen Orbitbeulen, die zur Spinkompensation der Solenoidmagnete eingesetzt werden, werden durch das Pretzel-Schema gestört und sind nicht mehr geschlossen. Das führt zu einer Anregung der Spinresonanzen.

- Durch kleine gedrehte Quadrupolmomente in den Dipolen koppelt der horizontale Pretzelorbit mit einer Symmetrie von vier in die vertikale Ebene. Das regt gleichfalls bestimmte Spinresonanzen an.

Die Anregung strukturell bedingter Spinresonanzen erklärt die im Vergleich zu der Spinzahl 101.5 niedrigeren Polarisationswerte bei 103.5 und 105.5: 106 = $Q_x + 2\cdot 8$ und 104 = $Q_y + 7\cdot 4$ (vergleiche Abschnitt 3.4.4). Die Bedeutung strukturell bedingter Spinresonanzen wird später in Abb. 5.16 gezeigt. Nahe der Spinzahl 101.5 werden keine strukturell bedingten Spinresonanzen angeregt und man erwartet einen maximalen Polarisationsgrad.

5.1.4 Q-Werte

In Abschnitt 3.4.1 wurde gezeigt, daß Depolarisation dann sehr groß wird, wenn zwischen der Spinzahl und den Q-Werten eine Resonanzbedingung erfüllt ist. Die Q-Werte wurden daher derart optimiert, daß die stärksten Spinresonanzen vermieden werden [KOU92]. Für die 90°/60°-Optik, die im LEP 1993 benutzt wurde, ergeben sich die optimalen Polarisationseinstellungen $Q_x = 90.10$ und $Q_y = 76.20$. Q_s wird größtenteils durch die verfügbare Radiofrequenzspannung und die Quantenlebensdauer des Strahls bestimmt. Sein Wert wird so eingestellt, daß die Synchrotronsatelliten von der Ganzzahl-Spinresonanz $k_0 + 1$ und diejenigen von der Ganzzahl-Spinresonanz k_0 aufeinanderfallen:

$$k_0 + k_s Q_s = k_0 + 1 - k_s' Q_s \quad \text{mit} \quad k_0, k_s, k_s' \in N \; . \tag{5.1}$$

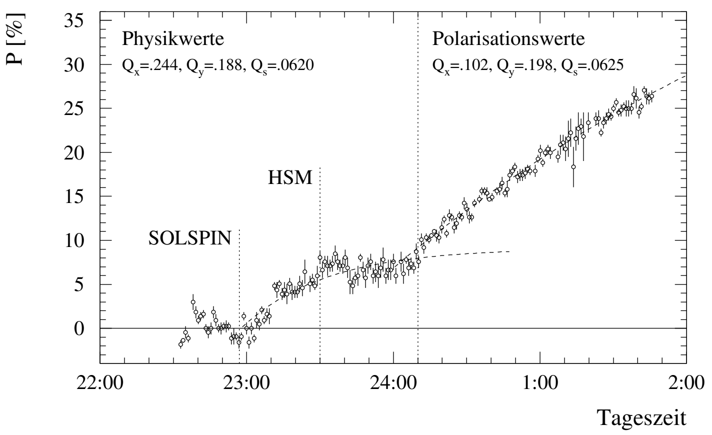


Abbildung 5.4: *Die gemessene Polarisation P wird für zwei verschiedene Einstellungen der Q-Werte gezeigt. In der Standardeinstellung wurde nach der Spinkompensation der Solenoid-Magnete (SOLSPIN) eine Polarisation von 9% gemessen. Nachdem die Q-Werte auf ihre Polarisationswerte eingestellt wurden, erhöhte sich die Polarisation auf über 30%.*

Diese Bedingung ist für eine Synchrotronzahl $Q_s = 0.0625$, die nahe dem Standardwert von 0.065 ist, erfüllt und erlaubt einen maximalen Polarisationsgrad (vergleiche Abb. 3.8).

Der Vergleich der Polarisationswerte von Q_x, Q_y und Q_s mit ihren Standardwerten zeigt, daß sich insbesondere Q_x von seinem üblichen Wert, der zwischen 90.26 und 90.29 liegt, unterscheidet. In zwei Experimenten wurde gezeigt, daß für hohe Werte von Q_x starke Depolarisation auftritt. In Abb. 5.4 wird die zeitliche Entwicklung der Polarisation für Standard- und Polarisationseinstellungen der Q-Werte gezeigt. Für die Standardeinstellung wurde ein Gleichgewichtspolarisationsgrad von 9% beobachtet, der auch durch eine harmonische Spin-Orbitkorrektur (HSM) nicht erhöht werden konnte. Daraus folgt, daß die limitierende Spinresonanz nicht durch die Neigung der $\hat{n}_0$-Achse angeregt wurde. Erst nach Änderung der Q-Werte auf ihre Polarisationseinstellung erhöhte sich die Polarisation innerhalb von zwei Stunden auf 30% mit einem wesentlich höheren asymptotischen Wert.

Eine andere Messung des Einflusses der Q-Werte auf die Polarisation wird in Abb. 5.5 gezeigt. Bei einer immer noch ansteigenden Polarisation von 20% wurden Q_x, Q_y und Q_s von ihren Polarisationswerten auf ihre Standardwerte zurückgestellt. In der Folge reduzierte sich die Strahlpolarisation auf 8-10%. Durch kleine Änderungen in Q_x und Q_y konnte keine hohe Polarisation wiederhergestellt werden. Erst nachdem der nichtganzzahlige Anteil von Q_x auf 0.25 geändert wurde, erhöhte sich die Polarisation innerhalb einer Stunde wieder bis auf 16%. Der asymptotische Polarisationsgrad war nun aber mit 27% kleiner als zuvor mit 46%.

Die experimentellen Ergebnisse können durch die nicht-lineare $Q_x + Q_y$-Spinresonanz erklärt werden. Diese Spinresonanz wird für die Standardeinstellung der Q-Werte bei $\nu \approx 101.48$ erwartet und liegt damit in unmittelbarer Nachbarschaft der Spinzahl, die etwa 101.47 betrug.

5.1.5 Polarisation für Energiekalibration

Im Jahre 1993 wurden Energiekalibrationen mittels resonanter Spinvektordrehung ungefähr zweimal wöchentlich bei 44.7 GeV und 46.5 GeV und zweimal bei 45.6 GeV

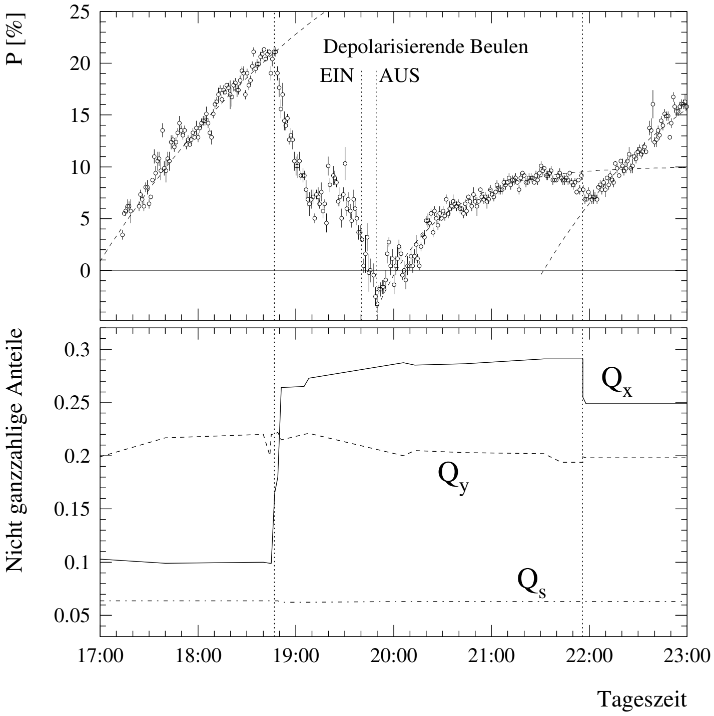


Abbildung 5.5: *Die gemessene Polarisation P wird für verschiedene Einstellungen von Q_x, Q_y und Q_s als Funktion der Zeit gezeigt.*

durchgeführt. Nachdem der Standardbetrieb zur Produktion von Z-Bosonen beendet war, wurde eine Polarisationseinstellung des LEP-Speicherringes vorgenommen. Dabei wurde in den meisten Fällen der Positronenstrahl vernichtet. Q_x, Q_y und Q_s wurden auf ihre Polarisationswerte eingestellt, und der Gleichgewichtsorbit wurde bestmöglich korrigiert. Der Pretzel-Orbit und die Luminositätsoptik konnten beibehalten werden. Zur Polarisationsoptimierung wurde eine harmonische Spin-Orbitkorrektur vorgenommen (siehe nächsten Abschnitt). Abschließend wurde die Spinkompensation der Solenoidmagnete durchgeführt. 1993 konnte so innerhalb von ein bis zwei Stunden ein transversal polarisierter Elektronenstrahl im LEP etabliert werden. Insbesondere die Polarisationsoptimierung durch harmonische Spin-Orbitkorrektur brachte einen erheblichen Fortschritt gegenüber 1992, als häufig 12 Stunden benötigt wurden, um Polarisation im LEP herzustellen. Parallel zur Maschineneinstellung wurde das LEP-Polarimeter eingestellt.

In den oben beschriebenen Polarisationsbedingungen für Energiekalibration konnte ein Polarisationsgrad von etwa 10% für 45.6 GeV ($\nu = 103.5$) und 46.5 GeV ($\nu = 105.5$) beobachtet werden. Polarisation von mehr als 25% wurde bei 44.7 GeV ($\nu = 101.5$) gefunden. Die gemessene Polarisation war damit generell kleiner als in den Polarisationsexperimenten. Eine Erklärung dafür wurde in Abschnitt 5.1.3 gegeben.

5.2 Optimierung des Polarisationsgrades

Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, daß es wichtig ist, die Spinzahl und damit die Strahlenergie so einzustellen, daß der Abstand zu Spinresonanzen maximal ist. Allerdings sind depolarisierende Spinresonanzen für hochenergetische Speicherringe so breit, daß

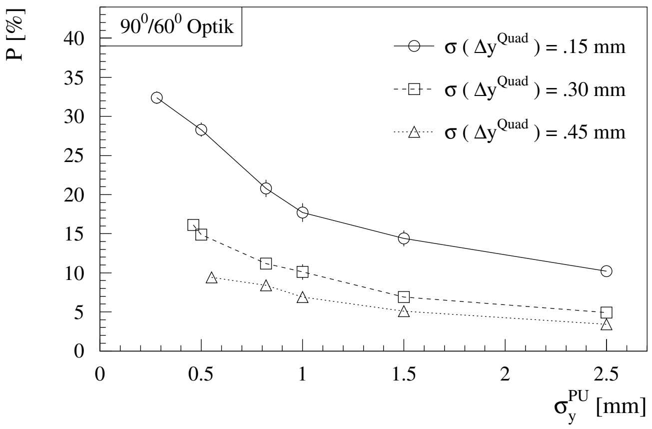


Abbildung 5.6: *Berechneter mittlerer Polarisationsgrad P als Funktion der effektiven vertikalen Orbitablage $\sigma_y^{\mathbf{PU}}$. Die Rechnungen wurden für drei verschiedene effektive Fehlaufstellungen $\sigma(\Delta y^{\mathbf{QUAD}})$ der Quadrupole durchgeführt [ASS93]. Nach Korrektur des vertikalen Orbits bleibt der Polarisationsgrad durch die effektive Fehlaufstellung der Quadrupole limitiert.*

der Polarisationsgrad auch zwischen Spinresonanzen auf deutlich unter 92.4% reduziert wird. Zur Optimierung des Polarisationsgrades muß einerseits für eine möglichst geringe Anregung der Spinresonanzen gesorgt werden. Andererseits kann die verbleibende Anregung durch spezielle Korrekturschemata kompensiert werden. Studien zur Optimierung des Polarisationsgrades und die Entwicklung einer deterministischen Methode zur Polarisationserhöhung im LEP bildeten einen wichtigen Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit.

5.2.1 Minimierung der Spinresonanzanregung

Depolarisation in Speicherringen wird insbesondere durch die vertikalen Fehlaufstellungen $\Delta y_i^{\mathrm{QUAD}}$ der Quadrupole verursacht. Durch sie erfährt der Teilchenstrahl zusätzliche horizontale Magnetfelder B_x in den Quadrupolen, die sowohl zu vertikalen Strahlablenkungen als auch zu Störungen der Spinpräzession und damit zur Spinresonanzanregung führen. Im unvollkommenen Speicherring folgen die Teilchen einem gestörten Gleichgewichtsorbit, dessen vertikale Ablagen y_i^{PU} vom Zentrum der Quadrupole an den Strahlpositionsmonitoren gemessen werden. Zur Minimierung der Spinresonanzanregung werden zwei Wege beschritten:

1. **Kompensation der B_x:** Die größten Ablagen vom Zentrum des Quadrupols, die größten B_x und damit die stärksten Bahnablenkungen treten an den vertikal fokussierenden Quadrupolen auf. Korrekturspulen mit einem horizontalen Dipolfeld werden nahe zu diesen Quadrupolen aufgestellt und können durch ein entgegengesetztes B_x den größten Teil der Bahnablenkung kompensieren. Gleichzeitig wird die Spinrotation kompensiert. Dabei werden zusätzlich zu den lokalen Störungen auch Störungen aus anderen Teilen des Speicherringes kompensiert. Kriterium der Orbitkorrektur am LEP ist die Minimierung des Effektivwertes der vertikalen Strahlablagen y_i^{PU}. Der Strahl wird dadurch in das Zentrum der Quadrupole und nicht in eine Ebene korrigiert. Als Folge werden die B_x der Quadrupole nur teilweise kompen-

siert. Die übrigbleibenden B'_x sind derart eingestellt, daß der Gleichgewichtsorbit möglichst gut der Fehlaufstellung der Quadrupole folgt. In Abhängigkeit vom Effektivwert $\sigma(\Delta y^{\mathrm{QUAD}})$ der vertikalen Quadrupol-Fehlaufstellungen resultiert daraus eine verbleibende Anregung der Spinresonanzen. Das wird in Abb. 5.6 gezeigt.

2. **Vertikale Neuausrichtung der Quadrupole:** Abb. 5.6 zeigt, daß eine vertikale Neuausrichtung der Quadrupole zu einer deutlichen Erhöhung des erreichbaren mittleren Polarisationsgrades führt. Eine solche Neuausrichtung wurde daher im Winter 1992/93 im LEP durchgeführt. Die effektive vertikale Fehlaufstellung der Quadrupole wurde dabei von 0.47 mm im Jahre 1992 auf 0.13 mm für das Jahr 1993 reduziert*.

Die vertikale Neuausrichtung aller Quadrupole und eine sorgfältige Orbitkorrektur, die auch die vertikale Dispersion reduziert, ermöglichen die Minimierung der Spinresonanzanregung. Durch Maßnahmen im Winter 1992/93 wurde der erwartete mittlere Polarisationsgrad von etwa 10% für 1992 auf bis zu 30% für 1993 erhöht. Von besonderer Bedeutung ist die Wahl des vertikalen Betatron-Phasenvorschubs pro Standardzelle. Die LEP-Standardoptik im Jahre 1992 verwendete einen Phasenvorschub von 90° in beiden Ebenen. Für diesen Phasenvorschub ist die Orbitkorrektur von geringer Güte und als Folge konnte keine Strahlpolarisation im LEP gemessen werden. Dagegen ist die LEP-Orbitkorrektur für einen vertikalen Phasenvorschub von 60° von hoher Güte und gute Strahlpolarisation wird ermöglicht [ASS93]. Für 1993 wurde daher im LEP eine Standardoptik mit einem gemischten Betatron-Phasenvorschub von 90° horizontal und 60° vertikal verwendet.

5.2.2 Messung der Spinresonanzen

In Abschnitt 3.4.5 wurde gezeigt, daß Depolarisation in e^+e^--Speicherringen im wesentlichen durch die Anregung w_k der nächsten Ganzzahl-Spinresonanzen bestimmt wird. Die komplexen w_k wurden in Gl. 3.78 über die Fourierentwicklung der auf den Spin wirkenden, horizontalen Magnetfelder eingeführt. Dabei muß im allgemeinen Fall der durch die Dipole bestimmte Ablenkwinkel α der Teilchenbahn als unabhängige Variable der Fourieranalyse gewählt werden. Der Spinphasenvorschub im Speicherring wird, abgesehen von vernachlässigbar kleinen Störungen, durch α bestimmt. Es wird zunächst angenommen, daß horizontale Magnetfelder im Speicherring nur durch vertikale Strahlablagen y_i vom Zentrum der vertikal fokussierenden Quadrupole verursacht werden:

$$B_x^i \propto y_i \; . \tag{5.2}$$

Da an den vertikal fokussierenden Quadrupolen Strahlpositionsmonitore installiert sind, können über die Messung der y_i mit dem bekannten Dipol-Ablenkwinkel α die komplexen Fourierkoeffizienten w_k bestimmt werden. Diese Möglichkeit wurde im Rahmen der

*Die effektive Fehlaufstellung wird dabei mit Bezug auf ein Polynom niedriger Ordnung angegeben, welches an die gemessenen Fehlaufstellungen angepaßt wird. Großräumige Unebenheiten im LEP-Speicherring werden dadurch toleriert. Da diese Unebenheiten Störungen mit sehr niedriger Frequenz anregen, die weit von der Spinpräzessionsfrequenz entfernt sind, sind sie für die Depolarisation im LEP ohne praktische Bedeutung.

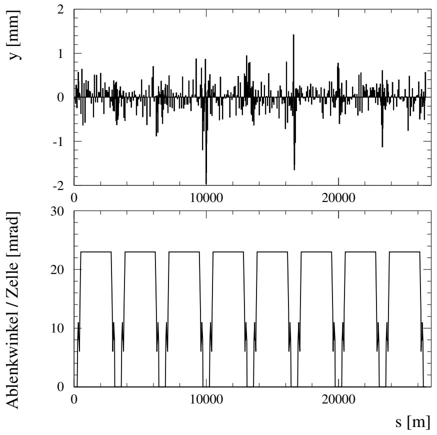


Abbildung 5.7: *Oben: Gemessener vertikaler Gleichgewichtsorbit. Unten: Der Ablenkwinkel ist die periodische Variable der Fourieranalyse.*

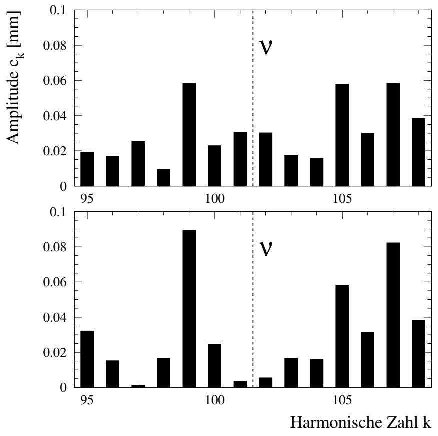


Abbildung 5.8: *Fourierspektrum des vertikalen Orbits vor (oben) und nach (unten) harmonischer Spin-Orbitkorrektur.*

vorliegenden Arbeit erstmals detailliert untersucht. Die Fourierkoeffizienten des Kosinus werden mit a_k, die des Sinus mit b_k bezeichnet. Bei N Messungen y_i werden die Fourierkoeffizienten über folgende diskrete Fourieranalyse berechnet:

$$a_k = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{N} y_i \cos\left[k\alpha_i\right] \delta\alpha_i \;, \tag{5.3}$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{N} y_i \sin\left[k\alpha_i\right] \delta\alpha_i \;, \tag{5.4}$$

$$c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \propto |w_k| \;. \tag{5.5}$$

Dabei bezeichnet k die harmonische Zahl der Fourieranalyse, α_i den integrierten Ablenkwinkel und $\delta\alpha_i$ seine Änderung am vertikal fokussierenden Quadrupol i, die gegeben ist durch:

$$\delta\alpha_i = \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_{i-1}}{2} \;. \tag{5.6}$$

Diese Definition minimiert Fehler, die in der Fourieranalyse durch den unregelmäßigen Ablenkwinkel an den Rändern der LEP-Kreisbögen zustande kommen. In den Kreisbögen ist der Ablenkwinkel konstant und beträgt etwa 23 mrad pro FODO-Zelle. In Abb. 5.7 wird der während eines Polarisationsexperimentes gemessene vertikale Gleichgewichtsorbit zusammen mit dem Ablenkwinkel gezeigt. Das daraus bestimmte Fourierspektrum ist im oberen Teil von Abb. 5.8 dargestellt. Die Spinzahl war nahe bei 101.5, so daß mit den Fourierkoeffizienten für 101 und 102 über Abb. 3.9 der erwartete Polarisationsgrad vorhergesagt werden kann. Im Analyseprogramm wurde der erwartete Polarisationsgrad direkt angezeigt und als Entscheidungshilfe in der Frage herangezogen, ob eine harmonische Spin-Orbitkorrektur (HSM = “Harmonic Spin Matching”) sinnvoll ist oder nicht.

Für das gezeigte Beispiel wird in höherer Ordnung eine Gleichgewichtspolarisation von etwa 30% erwartet. Im unteren Teil von Abb. 5.8 wird das Fourierspektrum nach Kompensation der Spinresonanzen 101 und 102 gezeigt. Die Kompensation der Spinresonanzen wird im nächsten Abschnitt erklärt. Nach harmonischer Spin-Orbitkorrektur sind die Fourierkoeffizienten für 101 und 102 sehr klein, so daß ein Polarisationsgrad von etwa 85% erwartet wird. Diese Vorhersage ist jedoch ohne praktische Bedeutung, da das experimentell bestimmte Fourierspektrum fehlerbehaftet ist.

Eine Ursache für Fehler im Fourierspektrum sind Meßfehler an den Strahlpositionsmonitoren, deren Effektivwert im folgenden mit $\sigma(\Delta y^{\mathrm{PU}})$ bezeichnet wird. Die Auflösung im Fourierspektrum des vertikalen Orbits sei mit σ_k bezeichnet, wobei sich σ_k nur auf die Kosinus- *oder* Sinuskomponente der Harmonischen k bezieht. Aus Simulationsstudien wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit mit LEP-Parametern der folgende Zusammenhang zwischen der Auflösung σ_k und dem effektiven Meßfehler $\sigma(\Delta y^{PU})$ bestimmt:

$$\sigma_k \approx 0.081\ \sigma(\Delta y^{\mathrm{PU}})\,. \tag{5.7}$$

Eine weitere Fehlerquelle im beschriebenen Verfahren rührt daher, daß nicht alle horizontalen Magnetfelder B_x durch Orbitablagen in den vertikal fokussierenden Quadrupolen bewirkt werden. Zusätzliche B'_x kommen in den vertikal defokussierenden Quadrupolen und den zur Korrektur des vertikalen Orbits eingesetzten horizontalen Korrekturspulen zustande. Die B'_x sind kleiner als die B_x, da Orbitablagen in defokussierenden Quadrupolen generell kleiner sind als in fokussierenden Quadrupolen und die horizontalen Korrekturfelder die B_x nur teilweise kompensieren. Die Stärke der zusätzlichen B'_x ist proportional zur effektiven Fehlaufstellung $\sigma(\Delta y^{\mathrm{QUAD}})$ der Quadrupole, da sowohl die mittlere Stärke der zur Korrektur eingesetzten Magnetfelder als auch die Orbitablagen in den defokussierenden Quadrupolen direkt mit $\sigma(\Delta y^{\mathrm{QUAD}})$ verbunden sind. In Simulationen ergibt sich der folgende Zusammenhang:

$$\sigma_k \approx 0.063\ \sigma(\Delta y^{\mathrm{QUAD}})\,. \tag{5.8}$$

Im praktischen Betrieb des Beschleunigers fehlen im Regelfall wegen technischer Probleme Messungen von einigen der 240 relevanten Strahlpositionsmonitore in den Kreisbögen. Dadurch geht Information verloren und in Abhängigkeit von der Anzahl N_{miss} der fehlenden Monitore und der effektiven vertikalen Orbitablage σ_y^{PU} wird die Auflösung σ_k limitiert. Simulationsrechnungen zeigen, daß die folgende Abhängigkeit gilt:

$$\sigma_k \approx C(\sigma_y^{\mathrm{PU}}) \left[2.15\,\sqrt{N_{\mathrm{miss}}} - 1.06\right] \quad \text{mit} \quad C(\sigma_y^{\mathrm{PU}}) \approx 3.15\ \sigma_y^{\mathrm{PU}} - 0.61\,. \tag{5.9}$$

Darüber hinaus hängt der Effekt fehlender Monitore schwach von der mittleren Höhe des Fourierspektrums ab. Diese Abhängigkeit wurde studiert. Der resultierende 5-10% Effekt wird hier vernachlässigt.

Die angegebenen σ_k müssen quadratisch addiert werden, um die totale Auflösung zu berechnen. In Tabelle 5.1 ist die erwartete Auflösung der Spinresonanzmessung für die LEP-Maschinenbedingungen in den Jahren 1992 und 1993 angegeben. Sowohl die Verbesserungen in der Meßgenauigkeit und der Zuverlässigkeit der Strahlpositionsmonitore als auch die vertikale Neuausrichtung aller Quadrupole im Winter '92/'93 führten

Fehler	1992		1993	
	Größe	σ_k	Größe	σ_k
$\sigma(\Delta y^{\mathrm{PU}})$	0.30 mm	24.3 μm	0.15 mm	12.2 μm
$\sigma(\Delta y^{\mathrm{QUAD}})$	0.45 mm	28.4 μm	0.15 mm	9.5 μm
N_{miss}	50	22.6 μm	15	3.6 μm
σ_y^{PU}	0.70 mm		0.35 mm	
σ_k^{tot}	44 μm		16 μm	
$\sqrt{2\sigma_k + 2\sigma_{k+1}}$	88 μm		32 μm	
P_{HSM}	13%		51%	

Tabelle 5.1: *Auflösung σ_k der Spinresonanzmessung mittels Fourieranalyse des vertikalen LEP-Gleichgewichtsorbits für die Jahre 1992 und 1993. Die Auflösung in der Summe der Fourierkoeffizienten der beiden nächsten Spinresonanzen ergibt sich durch Multiplikation mit zwei und ist ebenfalls angegeben. Im Mittel erwartet man dann nach harmonischer Spin-Orbitkorrektur eine Polarisation P_{HSM} von etwa 13% für 1992 und 51% für 1993.*

zu der Erwartung, daß die Stärke der Spinresonanzen im Jahre 1993 im LEP mit guter Genauigkeit meßbar sein würde. Nach harmonischer Spin-Orbitkorrektur des gemessenen Fourierspektrums wurde für 1993 eine mittlere Polarisation von 51% mit einer Standardabweichung von 12% erwartet.

Aufgrund der positiven Erwartung wurde im Rahmen dieser Arbeit für die Datennahme 1993 ein Analyseprogramm geschrieben und in der LEP-Steuerungssoftware installiert. Damit wurde die schnelle Analyse des gemessenen vertikalen Orbits und die deterministische harmonische Spinkorrektur des vertikalen Orbits ermöglicht.

5.2.3 Harmonische Kompensation der Spinresonanzen

In Abschnitt 3.4.4 wurde gezeigt, daß die Anregung der linearen Q_x- und Q_s-Spinresonanzen, einschließlich der aller ihrer Synchrotronsatelliten, proportional zu der Stärke c_k der Ganzzahl-Spinresonanzen ist. Durch Kompensation der nächsten Ganzzahl-Spinresonanzen werden daher die Anregungen der Mehrzahl aller Resonanzen reduziert und die Gleichgewichtspolarisation wird optimiert, solange Q_y-Resonanzen vermieden werden. Die Depolarisation im Speicherring hängt nach Gl. 3.83 folgendermaßen von den c_k ab:

$$\frac{\tau_p}{\tau_d} \propto \nu^2 \sum_k \frac{|c_k|^2}{(\Delta\nu_k)^4} , \tag{5.10}$$

wobei $\Delta\nu_k$ den Abstand zwischen der Spinresonanz k und der Spinzahl ν bezeichnet. Wenn ν nahe der Halbzahl $k_0 + 0.5$ ist, dann tragen nur die beiden nächsten Resonanzen k_0 und $k_0 + 1$ spürbar zur Depolarisation bei und es genügt den Real- und den

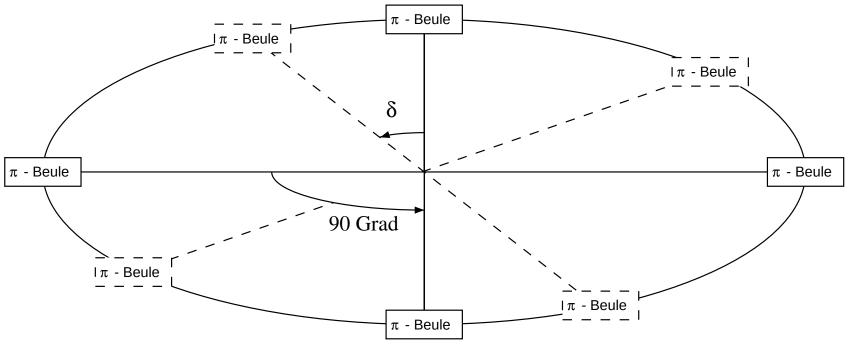


Abbildung 5.9: *Schematische Darstellung der zur harmonischen Spin-Orbitkorrektur eingesetzten Konfiguration vertikaler Orbitbeulen im LEP.*

Imaginärteil dieser beiden Resonanzen zu kompensieren. Das dazu benutzte Verfahren wird als *harmonische Spin-Orbitkorrektur* bezeichnet und wurde bei PETRA mit einer Strahlenergie von 16.5 GeV erstmals für e^+e^--Speicherringe eingesetzt [BRE82, ROS85]. Der Polarisationsgrad bei PETRA konnte dadurch von 40% auf 80% erhöht werden. In TRISTAN [NAK92] und HERA [BAR93] wurde harmonische Spin-Orbitkorrektur bei einer Strahlenergie von etwa 30 GeV erfolgreich zur Polarisationsoptimierung eingesetzt. Die Effektivität des Verfahrens bei der wesentlich höheren LEP-Strahlenergie wurde in [KOU87, KOU88a, ASS93] durch Simulationen gezeigt. Ein allgemeiner Formalismus zur harmonischen Spin-Orbitkorrektur in Speicherringen findet sich in [BAR85, BAR87].

Im folgenden soll die Implementierung der harmonischen Spin-Orbitkorrektur am LEP beschrieben werden. In Abschnitt 3.3.5 wurde gezeigt, daß geschlossene Beulen im vertikalen Gleichgewichtsorbit für den Spin nicht geschlossen sind, solange die Beulen in den Kreisbögen liegen. Sie können daher zur Manipulation der geschlossenen Spinlösung $\hat{n}_0$ verwendet werden.

Die verschiedenen Harmonischen werden mit vier geschlossenen Orbitbeulen, die jeweils um eine viertel Bahnumdrehung $\alpha = 90°$ getrennt sind, erzeugt. Zur Unterscheidung zwischen Real- und Imaginärteil der Harmonischen und zur Orthogonalisierung der ungeraden Harmonischen wird eine zweite Familie von vier Orbitbeulen benötigt, die um einen Winkel δ gegen die erste gedreht ist. Die gesamte Konfiguration wird in Abb. 5.9 dargestellt.

Zunächst wird die Situation für eine Familie von vier Orbitbeulen betrachtet. Jede Orbitbeule bewirke dieselbe Spinrotation θ. Die Rotationsachse ist fest und freier Parameter der Beuleneinstellung ist das Vorzeichen. Die Spinpräzession ist proportional zur Änderung $\Delta\alpha$ des Bahnablenkwinkels. Der Spinphasenvorschub $\Delta\phi$ zwischen zwei Orbitbeulen beträgt

$$\Delta\phi = \Delta\alpha \cdot \nu = \frac{\pi}{2} \cdot \nu \,. \tag{5.11}$$

In Abhängigkeit vom Spinphasenvorschub $\Delta\phi$ kombinieren die Spinrotationen $\pm\theta$ unterschiedlich. Für ganzzahlige ν (Harmonische) beträgt der Spinphasenvorschub $\Delta\phi$ zwischen zwei benachbarten Orbitbeulen 0°, 90°, 180° oder 270°, jeweils plus einem Vielfachen von 360°. Durch geeignete Wahl der Vorzeichen der θ können vier benachbarte Harmonische selektiv erzeugt werden. Das wird in Abb. 5.10 für gerade und in Abb. 5.11 für ungerade Harmonische gezeigt.

Mit nur einer Familie von vier Orbitbeulen ist es nicht möglich, die Real- und Imaginärteile der Harmonischen getrennt zu erzeugen. Indem eine zweite Familie mit einer

Anregung	ν	Beule 1 $\alpha = 0$	Beule 2 $\alpha = \pi/2$	Beule 3 $\alpha = \pi$	Beule 4 $\alpha = 3\pi/2$	Effekt
++++	102	θ				0
	103					0
	104					4 θ
	105					0
+-+-	102					4 θ
	103					0
	104					0
	105					0

Abbildung 5.10: *Abhängig von der Spinwellenzahl ν und der Konfiguration der Vorzeichen der Spinrotationen θ können verschiedene Harmonische erzeugt werden. Im vertikalen Gleichgewichtsorbit seien vier geschlossene Beulen angeordnet, die um einen Bahnablenkwinkel $\alpha = 90°$ getrennt sind. Der Spinphasenvorschub zwischen zwei Beulen beträgt dann $\nu \cdot \pi/2$. Mit den gezeigten Schemata können die Harmonischen 102 und 104 erzeugt werden, ohne daß die jeweils anderen Harmonischen angeregt werden. Die Beulen sind "orthogonal".*

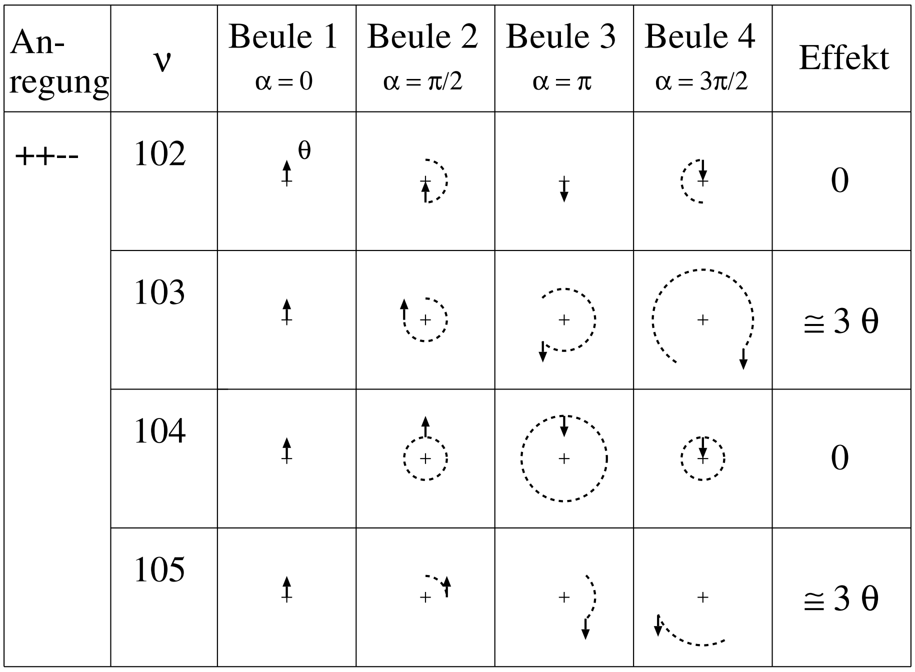


Abbildung 5.11: *Wie Abb. 5.10. Mit dem gezeigten Vorzeichenschema werden die Harmonischen 103 und 105 angeregt. Eine einzige Familie von vier Orbitbeulen kann die ungeraden Harmonischen nicht selektiv erzeugen.*

Phasenverschiebung von δ angeregt wird, kann dieses Problem gelöst werden. Dabei handelt es sich um eine Anwendung des sogenannten "Shift-Theorems" der Fourierfunktionen. Wenn die beiden Familien bezüglich einem Ort x um $\pm x_0$ verschoben sind, dann gilt folgende Beziehung für die Fourierentwicklung $\mathcal{F}$:

$$\mathcal{F}\left[f(x \pm x_0)\right] = \exp^{\pm i\omega x_0}\, \mathcal{F}\left[f(x)\right] \; . \tag{5.12}$$

Je nachdem, ob die beiden Familien mit gleichem oder entgegengesetztem Vorzeichen angeregt werden, kann der Real- oder der Imaginärteil der Harmonischen selektiv erzeugt werden. Die Orthogonalität bezüglich der ungeraden Harmonischen wird dadurch hergestellt, indem die zweite Familie um $90^\circ + \delta$ gegen die andere Familie gedreht wird. Weitere Einzelheiten dazu findet man bei [ROS85]. Für die harmonische Spin-Orbitkorrektur im LEP wurden für jede Harmonische alle möglichen Lösungen für die zwei Familien von Orbitbeulen untersucht. Es wurde jeweils die Lösung gewählt, die bei kleiner Beulenauslenkung eine möglichst große Spinrotation und gleichzeitig eine möglichst geringe zusätzliche vertikale Dispersion und Betatronkopplung erzeugt.

Aufgrund der langen Anstiegszeit τ_p der Polarisation von rund 300 Minuten kann die harmonische Spin-Orbitkorrektur am LEP nicht, wie in anderen Beschleunigern, durch empirische Variation der orthogonalen Harmonischen durchgeführt werden. In PETRA und HERA wurden die Real- und Imaginärteile der beiden nächsen Harmonischen solange geändert, bis der Polarisationsgrad maximal war. Da vier Freiheitsgrade optimiert werden müssen, ist diese Vorgehensweise zeitaufwendig und hat bei HERA für eine An-

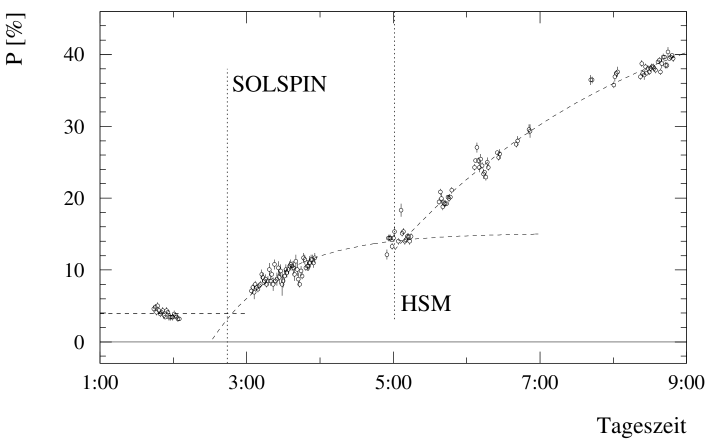


Abbildung 5.12: *Gemessene Polarisation P als Funktion der Zeit. Der Effekt der harmonischen Spin-Orbitkorrektur (HSM) und der Spinkompensation der experimentellen Solenoide (SOLSPIN) wird für eine Spinzahl von 101.5 gezeigt*

stiegszeit von 30 Minuten mehr als 12 Stunden in Anspruch genommen. Ausgehend von HERA wären beim LEP mindestens 5 Tage notwendig, was in der Praxis nicht realisierbar ist. Durch die im vorigen Abschnitt beschriebene Messung der Spinresonanzen konnte die zur Polarisationsoptimierung notwendige harmonische Spin-Orbitkorrektur am LEP-Speicherring jedoch "deterministisch" berechnet und angewandt werden. Die Fourieranalyse des gemessenen vertikalen Gleichgewichtsorbits, die Berechnung der harmonischen Spin-Orbitkorrektur und ihre Implementierung im LEP konnte so mittels verschiedener Computerprogramme in weniger als 5 Minuten durchgeführt werden.

5.2.4 Ergebnisse

Schon im ersten Polarisationsexperiment 1993 wurde die deterministische harmonische Spin-Orbitkorrektur erfolgreich eingesetzt. Auf Anhieb konnte der Polarisationsgrad von 8% auf über 30% erhöht werden. In Abb. 5.2 wird für eine Spinzahl von 105.5 die harmonische Kompensation der Ganzzahl-Spinresonanzen 105 und 106 gezeigt. Zwei andere Beispiele sind in Abb. 5.3 und in Abb. 5.12 für eine Spinzahl von 101.5 und die Kompensation der Harmonischen 101 und 102 dargestellt. Da die Methode sofort erfolgreich die Gleichgewichtspolarisation erhöhte, gibt es für das Jahr 1993 nur wenige Messungen der "natürlichen" Polarisation im LEP ohne harmonische Spin-Orbitkorrektur. Abb. 5.13 zeigt alle beobachteten Polarisationswerte von der ersten Messung 1990 [KNU91] bis zum Ende des Jahres 1993. Dabei werden die Polarisationsmessungen, die in limitierter Zeit am Ende des Standardbetriebes zur Energiekalibration durchgeführt wurden, nicht berücksichtigt. Zwei Schlußfolgerungen können aus Abb. 5.13 gezogen werden:

1. Im Jahre 1993 erhöhte sich die transversale Strahlpolarisation ohne harmonische Spin-Orbitkorrektur von typischerweise 10% auf etwa 15% durch die Neuausrichtung der Quadrupole und die Verbesserungen an den Strahlpositionsmonitoren. Diese Erhöhung ist geringer als erwartet, aber die Statistik ist sehr limitiert.

2. Mit harmonischer Spin-Orbitkorrektur wurde immer eine Gleichgewichtspolarisation von mehr als 35% mit einem Mittelwert von etwa 50% beobachtet. Die

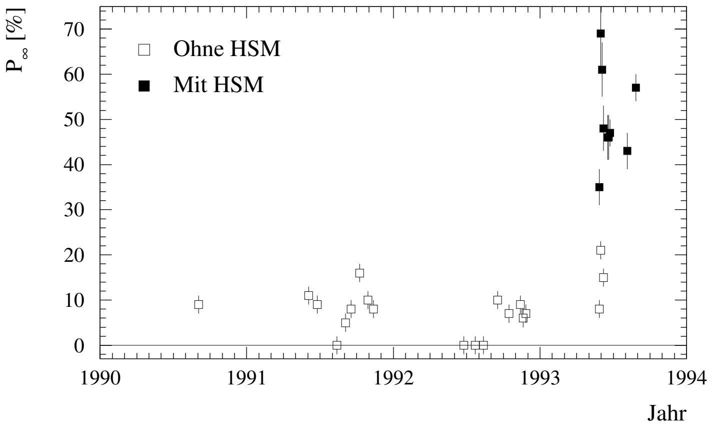


Abbildung 5.13: *Die im LEP beobachtete Gleichgewichtspolarisation P_∞ wird von der ersten Messung 1990 bis Ende 1993 gezeigt. Polarisationsmessungen, die 1993 in limitierter Zeit zur Energiekalibration durchgeführt wurden, sind nicht berücksichtigt.*

Übereinstimmung mit dem aus der Auflösung der Spinresonanzmessung erwarteten Wert von 51% ist bemerkenswert.

Während eines langen Polarisationsexperimentes wurde die harmonische Spin-Orbitkorrektur empirisch weiter optimiert. Dazu wurden die Harmonischen stufenweise verändert und die Änderungen im Polarisationsgrad beobachtet. Die gemessene Polarisation erreichte 57% $\pm$ 3% bei einer Spinzahl von 101.5. Die Messungen werden in Abb. 5.14 gezeigt. Da sie während fortlaufender Energiekalibrationen durchgeführt wurden, konnte das Polarimeter nicht regelmäßig optimiert werden, und es mußten zeitweise größere Fluktuationen in den Daten akzeptiert werden. Zur Zeit maximaler Polarisation waren die systematischen Meßfehler jedoch klein. Gegen Ende des Experimentes wurde die Anstiegszeit der Polarisation gemessen. Da der Beginn des Polarisationsanstiegs und der Gleichgewichtspolarisationsgrad genau bekannt sind, ermöglicht diese Messung die genaue Kalibration der absoluten Polarisationsskala des Polarimeters (vergleiche Abschnitt 4.4). Der langsame Polarisationsverlust gegen Ende des Experimentes ist auf unkorrigierte Änderungen im Gleichgewichtsorbit zurückzuführen.

5.2.5 Energieabhängigkeit der Polarisation

In Abb. 5.15 wird die maximal gemessene transversale Polarisation für verschiedene e^+e^--Speicherringe mit und ohne harmonische Spin-Orbitkorrektur verglichen. Die Polarisationsmessungen sind aus [SHA90, BAR94, NAK92] entnommen. Die Polarisation nimmt, wie erwartet, mit der Strahlenergie E ab. Unter der Annahme kleiner Störungsamplituden (lineare Theorie) kann die Abhängigkeit der Polarisation von der Strahlenergie E folgendermaßen geschrieben werden [CHA83]:

$$P = \frac{92.4\%}{1 + (\alpha E)^2} \,. \tag{5.13}$$

Die Konstante α wurde aus der SPEAR-Messung (ohne harmonische Spin-Orbitkorrektur) und aus der HERA-Messung (mit harmonischer Spin-Orbitkorrektur) bestimmt. Unter

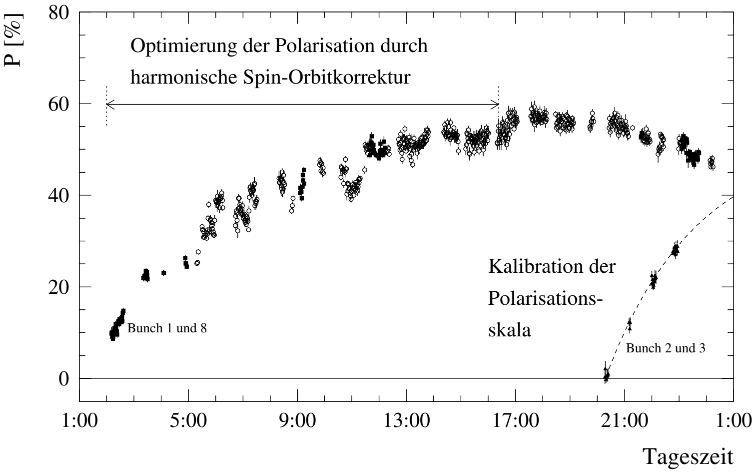


Abbildung 5.14: *Das Experiment mit der maximal gemessenen Polarisation von 57% ± 3% wird gezeigt. Die Polarisation wurde mit deterministischer und empirischer harmonischer Spin-Orbitkorrektur optimiert. Gegen Ende des Experimentes wurde die absolute Polarisationsskala kalibriert.*

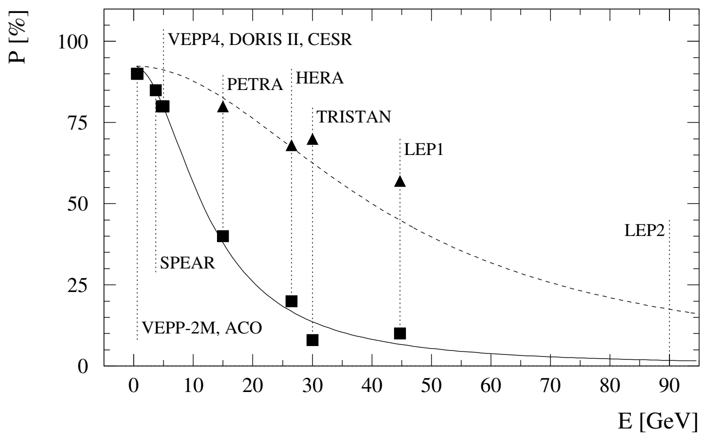


Abbildung 5.15: *Die maximal gemessene transversale Polarisation P wird für verschiedene Speicherringe ohne (Quadrate) und mit (Dreiecke) harmonischer Spin-Orbitkorrektur verglichen. Die Messungen von SPEAR und HERA wurden unter Benutzung von Gl. 5.13 mit der Strahlenergie E extrapoliert (Kurven). Dabei wurde angenommen, daß die Speicherringe die gleichen Unvollkommenheiten aufweisen und daß die lineare Approximation gültig ist.*

der Annahme gleicher Unvollkommenheiten α in allen Beschleunigern werden die Polarisationsmessungen von SPEAR und HERA mit der Strahlenergie extrapoliert. Abb. 5.15 zeigt, daß die lineare Approximation bis zur LEP-Energie gültig ist. Spinresonanzen höherer Ordnung sind zwar vorhanden, können am LEP jedoch vermieden werden. Bevor LEP den Betrieb aufnahm, wurde starke Depolarisation in höherer Ordnung befürchtet.

5.2.6 Limitierung durch vertikale Dispersion

Bisher wurde ausschließlich die harmonische Spin-Orbitkorrektur des vertikalen Gleichgewichtsorbits betrachtet. In Abschnitt 3.4.4 wurde jedoch gezeigt, daß die durch Unvollkommenheiten bewirkte vertikale Dispersion ebenfalls Depolarisation bewirkt. Vertikale Dispersion bewirkt einerseits eine vergrößerte vertikale Emittanz und führt dadurch zu einer Anregung der Q_y-Spinresonanz. Andererseits ist ihr Fourierspektrum mit der Anregung der Q_s-Spinresonanz verbunden (vergleiche Gl. 3.84).

Ein Fourierspektrum der gemessenen vertikalen Dispersion wird in Abb. 5.16 gezeigt. Der Effektivwert der Dispersion betrug 5.4 cm und während des Experimentes wurde ein Polarisationsgrad von $21\% \pm 2\%$ mit einem asymptotischen Wert von $46\% \pm 5\%$ gemessen. Das Fourierspektrum in Abb. 5.16 zeigt für diejenigen Harmonischen k starke Fourieramplituden, für die die Bedingung $k = Q_y \pm i \cdot 8$ erfüllt ist. i ist eine beliebige ganze Zahl und Q_y bezeichnet den ganzzahligen Anteil der vertikalen Betatronzahl ($Q_y = 76$ beim LEP 1993). An diesen Stellen werden strukturell bedingte Ganzzahl-Spinresonanzen erwartet [KOU88b]. Die Messung zeigt, daß die Q-Werte und die Strahlenergie sorgfältig gewählt werden müssen, damit hohe Strahlpolarisation erreicht werden kann. Im gezeigten Beispiel sind die Harmonischen D_k um die Spinzahl 100 herum so klein, daß sie im Rauschen der Messung (etwa 0.3 cm) verschwinden. Simulationsstudien zeigen, daß Dispersionsharmonische dieser Größe im LEP die Polarisation auf etwa 70% limitieren. Daher wurden keine Maßnahmen getroffen, das Fourierspektrum der vertikalen Dispersion zu korrigieren.

5.3 Spinresonanzen höherer Ordnung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden Spinresonanzen höherer Ordnung, die von der Form $\nu = k \pm k_s Q_s$ mit $k_s > 1$ sind, theoretisch und experimentell genau untersucht.

5.3.1 Rechnungen mit SODOM

Wegen der Komplexität der Rechnungen und der begrenzten Rechenleistung der verfügbaren Computer müssen Polarisationsrechnungen mit SODOM auf die Betrachtung der linearen Spinresonanzen und der Synchrotronsatelliten beschränkt werden. Nicht-lineare Spinresonanzen, die sowieso nur mit begrenzter Genauigkeit vorhergesagt werden können, werden daher nicht berücksichtigt.

Polarisationsrechnungen in linearer und höherer Ordnung werden in Abb. 5.17 für ein realistisches LEP-Modell mit $Q_x = 90.10$, $Q_y = 76.20$ und $Q_s = 0.0625$ gezeigt. Die resultierenden Resonanzbedingungen sind mit gepunkteten Linien markiert und werden

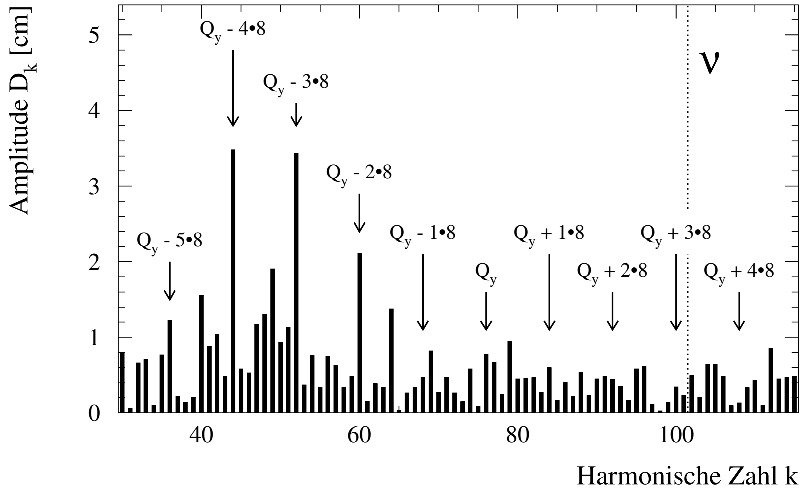


Abbildung 5.16: *Fourieramplituden D_k der im LEP gemessenen vertikalen Dispersion. Die Positionen strukturell bedingter Spinresonanzen sind markiert.*

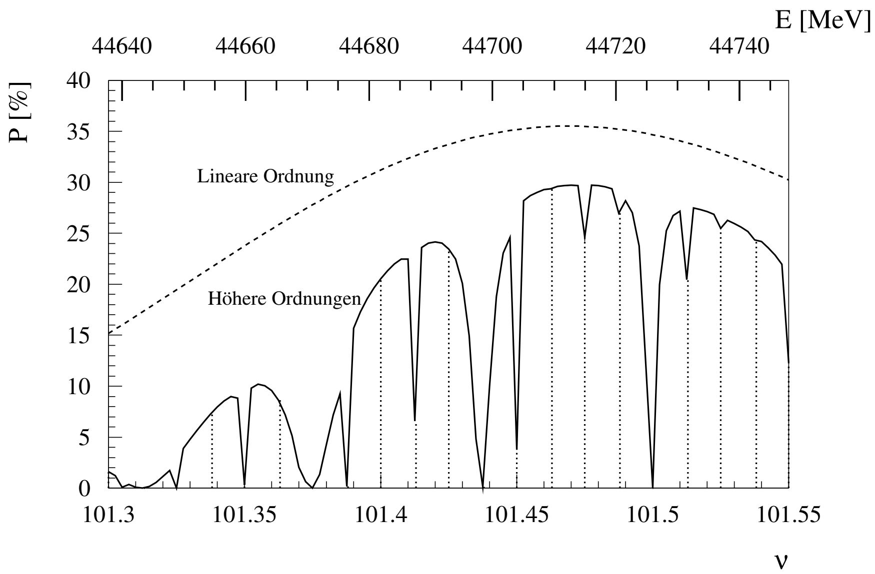


Abbildung 5.17: *Berechnete Polarisation P als Funktion der Strahlenergie E. Die Rechnung wurde mit SODOM für lineare und höhere Ordnung und für ein realistisches LEP-Modell durchgeführt. Die Q-Werte betrugen $Q_x = 90.10$, $Q_y = 76.20$ und $Q_s = 0.0625$. Alle möglichen Spinresonanzen sind durch gepunktete Linien gekennzeichnet.*

in Tabelle 5.2 explizit aufgeführt. Die limitierenden Synchrotronsatelliten der Ganzzahl-Spinresonanzen bei 101.3125, 101.375, 101.4375 und 101.5 sind in Abb 5.17 deutlich zu erkennen. Sie begrenzen die erreichbare Gleichgewichtspolarisation auf etwa 30%. Die anderen Spinresonanzen sind schwach und ihre Breite ist kleiner als die gewählte Auflösung der Rechnung. Wegen der begrenzten Kenntnis der Unvollkommenheiten im Speicherring können ihre Stärken nicht im Detail vorhergesagt werden.

5.3.2 Messungen

Zur Messung von Spinresonanzen muß die Gleichgewichtspolarisation P_∞ als Funktion der Spinzahl beobachtet werden. Am LEP ist das eine außerordentlich schwierige Messung, da die Anstiegszeit der Polarisation groß ist. Trotzdem wurde die Messung versucht. Dabei wurde die Spinzahl (Energie) der umlaufenden Teilchen durch die Änderung der RF-Frequenz f_{RF} variiert. Die kleinste im LEP mögliche Änderung in f_{RF} beträgt 2 Hz. Das entspricht bei einer anfänglichen Spinzahl von 101.5 einer Änderung von 0.0031 in der Spinzahl oder 1.37 MeV in der Strahlenergie. Mit Hilfe der Polarisationsrechnungen in Abb. 5.17 wurde entschieden, daß der Synchrotronsatellit sechster Ordnung von 101 bei 101.375 genügend breit ist, um mit der verfügbaren Auflösung in der Spinzahl detailliert vermessen werden zu können.

Die Spinzahl wurde von ihrem anfänglichen Wert 101.468 in großen Schritten auf 101.457, 101.417, 101.405, 101.393 und 101.357 geändert, um in die Nähe des ausgewählten Synchrotronsatelliten zu gelangen. Für jede Einstellung wurde die Spinzahl mit resonanter Spinvektordrehung gemessen. Wie erwartet, verringerte sich die Polarisation etwas, je weiter die Spinzahl vom halbzahligen Wert entfernt wurde. Es wurden jedoch keine unerwarteten Spinresonanzen mit schneller Depolarisation beobachtet. Durch die beschriebene Vorgehensweise konnte der “Momentum-Compaction-Faktor” am LEP präzise bestimmt werden (vergleiche Abb. 6.4).

Nahe der $101+6{\cdot}Q_s$-Spinresonanz wurde abwechselnd auf den beiden Flanken der Resonanz gemessen. Dazu wurde die Strahlenergie symmetrisch um das erwartete Resonanzzentrum herum geändert und die Polarisation jeweils für mindestens 10 Minuten gemessen. Durch diese Vorgehensweise konnten gleichzeitig in relativ kurzer Zeit (2:30 Stunden) beide Flanken der Spinresonanz ausgemessen und systematische Fehler durch unerwünschte Variationen in den Maschinenbedingungen weitgehend vermieden werden. Gezeitenbedingte Änderungen der Strahlenergie wurden korrigiert (vergleiche Abschnitt 6.1.3). Die Polarisationsmessungen werden in Abb. 5.18 gezeigt.

Der Gleichgewichtspolarisationsgrad P_∞ konnte häufig nicht direkt gemessen werden. Daher wurde die in Abschnitt 3.2.3 besprochene Methode angewandt, um P_∞ aus der beobachteten Steigung $\mathrm{d}P(t)/\mathrm{d}t$ zu bestimmen (vergleiche Gl. 3.18). Die damit bestimmte Depolarisationsstärke τ_p/τ_d wird in Abb. 5.19 als Funktion der Spinzahl gezeigt. Zwei Spinresonanzen sind zu erkennen. Die schwache Spinresonanz wurde dabei nur über die Steigung der Polarisation beobachtet, während die starke Spinresonanz auch explizit mit einer sehr kleinen Gleichgewichtspolarisation gemessen wurde. Buon zeigt, daß Synchrotronsatelliten folgende Resonanzform aufweisen [BUO89]:

$$\frac{\tau_p}{\tau_d} = \frac{\varepsilon}{(\nu - \nu_0)^2} + \left(\frac{\tau_p}{\tau_d}\right)_0 . \qquad (5.14)$$

Spinzahl	Resonanzbedingung	Spinzahl	Resonanzbedingung
101.3125	101 + 5·Q_s 102 - 11·Q_s	101.4375	101 + 7·Q_s 102 - 9·Q_s
101.3250	101 + Q_y + 2·Q_s 102 + Q_y - 14·Q_s 102 - Q_x - Q_y - 6·Q_s	101.4500	101 + Q_y + 4·Q_s 102 + Q_y - 12·Q_s 102 - Q_x - Q_y - 4·Q_s
101.3375	101 - Q_x + 7·Q_s 101 + Q_x - Q_y + 7·Q_s 102 - Q_x - 9·Q_s 102 + Q_x - Q_y - 9·Q_s	101.4625	101 - Q_x + 9·Q_s 101 + Q_x - Q_y + 9·Q_s 102 - Q_x - 7·Q_s 102 + Q_x - Q_y - 7·Q_s
101.3500	101 + Q_x + 4·Q_s 101 - Q_x + Q_y + 4·Q_s 102 + Q_x - 12·Q_s 102 - Q_x + Q_y - 12·Q_s	101.4750	101 + Q_x + 6·Q_s 101 - Q_x + Q_y + 6·Q_s 102 + Q_x - 10·Q_s 102 - Q_x + Q_y - 10·Q_s
101.3625	101 - Q_y + 9·Q_s 102 - Q_y - 7·Q_s 101 + Q_x + Q_y + Q_s	101.4875	101 - Q_y + 11·Q_s 102 - Q_y - 5·Q_s 101 + Q_x + Q_y + 3·Q_s
101.3750	101 + 6·Q_s 102 - 10·Q_s	101.5000	101 + 8·Q_s 102 - 8·Q_s
101.3875	101 + Q_y + 3·Q_s 102 + Q_y - 13·Q_s 102 - Q_x - Q_y - 5·Q_s	101.5125	101 + Q_y + 5·Q_s 102 + Q_y - 11·Q_s 102 - Q_x - Q_y - 3·Q_s
101.4000	101 - Q_x + 8·Q_s 101 + Q_x - Q_y + 8·Q_s 102 - Q_x - 8·Q_s 102 + Q_x - Q_y - 8·Q_s	101.5250	101 - Q_x + 10·Q_s 101 + Q_x - Q_y + 10·Q_s 102 - Q_x - 6·Q_s 102 + Q_x - Q_y - 6·Q_s
101.4125	101 + Q_x + 5·Q_s 101 - Q_x + Q_y + 5·Q_s 102 + Q_x - 11·Q_s 102 - Q_x + Q_y - 11·Q_s	101.5375	101 + Q_x + 7·Q_s 101 - Q_x + Q_y + 7·Q_s 102 + Q_x - 9·Q_s 102 - Q_x + Q_y - 9·Q_s
101.4250	101 - Q_y + 10·Q_s 102 - Q_y - 6·Q_s 101 + Q_x + Q_y + 2·Q_s	101.5500	101 - Q_y + 12·Q_s 102 - Q_y - 4·Q_s 101 + Q_x + Q_y + 4·Q_s

Tabelle 5.2: *Spinresonanzen aus Abb. 5.17 mit Q_x=90.10, Q_y=76.20, Q_s=0.0625 und für die niedrigste Ordnung in Q_x und Q_y. Die Spinzahlen zwischen den Resonanzen erlauben hohe Polarisation. Resonanzen mit höherer Ordnung in Q_x und Q_y würden an den gleichen Stellen wie die oben angeführten Resonanzen auftreten.*

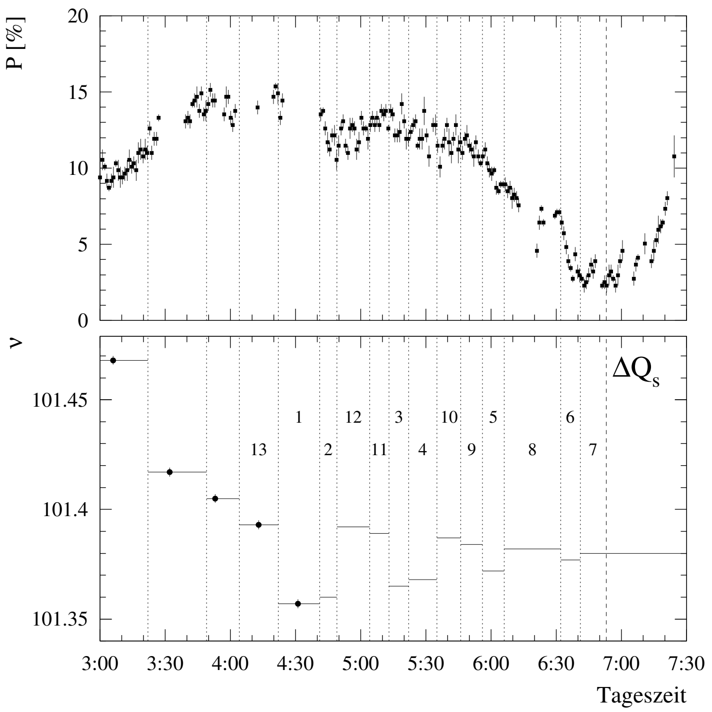


Abbildung 5.18: *Gemessene Polarisation P als Funktion der Zeit (oben) für verschiedene Spinzahlen ν (unten). Die Punkte im unteren Teil geben die gemessenen Strahlenergien an. Die Spinzahl wurde unter Berücksichtigung der RF-Frequenz und der Gezeiten stückweise konstant extrapoliert. Die angegebenen Zahlen korrespondieren zu den Punkten aus Abb. 5.19, wenn diese von links nach rechts durchnummeriert werden. Die Polarisation verringerte sich deutlich bei Annäherung an die erwartete $6{\cdot}Q_s$-Resonanz. Nach einer Änderung von Q_s wurde ein Wiederanstieg der Polarisation beobachtet.*

Dabei bezeichnet ε die Stärke der Resonanz, ν_0 die zentrale Spinzahl und $(\tau_p/\tau_d)_0$ die von anderen Spinresonanzen herrührende Depolarisation, die hier im betrachteten Bereich als konstant angenommen wird. Die angegebene Beziehung gilt nur für isolierte Resonanzen und ist insbesondere im Zentrum der Spinresonanz nicht gültig (vergleiche [BIS84b]). Die experimentell beobachteten Spinresonanzen wurden mit der obigen Resonanzform angepaßt. Die Ergebnisse der kombinierten Anpassungsrechnung werden in Tabelle 5.3 angegeben.

Die Gleichgewichtspolarisation im betrachteten Experiment wurde aus dem gemessenen Polarisationsanstieg in Abb. 5.20 bestimmt und wurde dazu benutzt, die LEP-Modellstörungen so einzustellen, daß das Simulationsprogramm SODOM den gleichen asymptotischen Polarisationswert vorhersagte. In Abb. 5.19 wird gezeigt, daß die vorhergesagte und die experimentell beobachtete Stärke der $101 + 6 \cdot Q_s$-Spinresonanz gut übereinstimmen. Die Messung illustriert die wichtige Rolle der Synchrotronsatelliten am LEP und bestätigt die Vorhersagen theoretischer Rechnungen mit bemerkenswerter Genauigkeit. Insbesondere stellt das gezeigte Experiment die erste detaillierte Messung einer Spinresonanz sechster Ordnung dar.

Aus Tabelle 5.3 ergibt sich eine kleine Differenz $\Delta\nu = \nu_0 - \nu_{\mathrm{exp}}$ zwischen der erwarteten und gemessenen Position der $101 + 6 \cdot Q_s$-Spinresonanz. $\Delta\nu$ beträgt 0.0021 in der Spinzahl oder 0.9 MeV in der Energie. Die Interpretation von $\Delta\nu$ ist jedoch schwierig, da die erwartete Spinzahl ν_{exp} mit der Annahme berechnet wurde, daß die gemessene kohärente Synchrotronzahl Q_s^{coh} gleich der für die Spinresonanzen maßgebli-

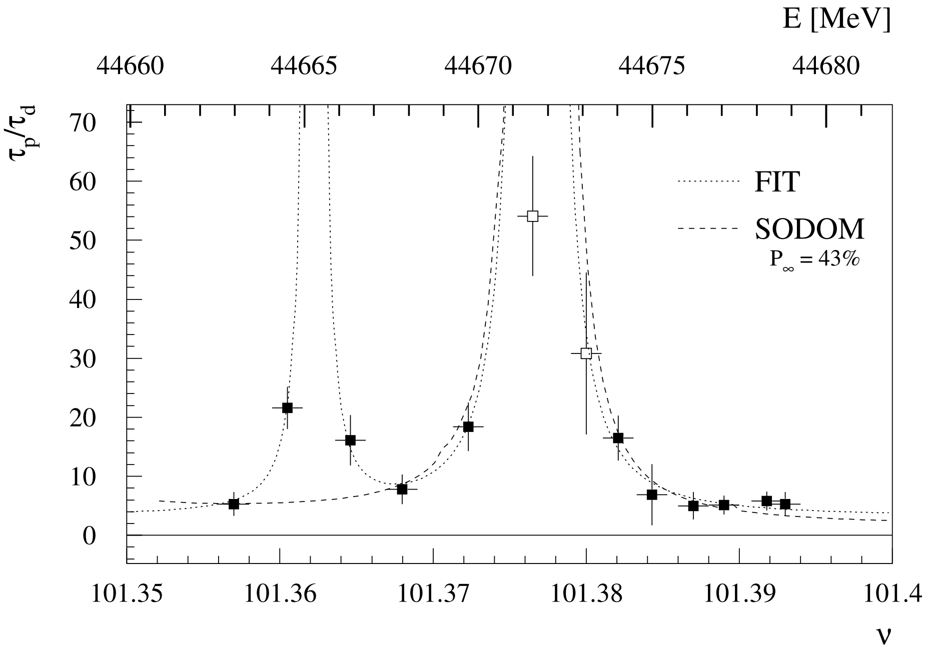


Abbildung 5.19: *Die erste detaillierte Messung einer Spinresonanz sechster Ordnung wird gezeigt. Die experimentell bestimmte Depolarisation τ_p/τ_d wird als Funktion der Spinzahl ν angegeben. Zwei Spinresonanzen höherer Ordnung werden beobachtet. Die theoretisch erwartete Resonanzkurve (gepunktete Linie) wurde an die gefüllten Punkte angepaßt. Die offenen Punkte resultieren aus Messungen mit sehr kleiner Polarisation und wurden nicht berücksichtigt, da das verwendete theoretische Modell im Zentrum der Resonanz nicht angewendet werden kann. Darüber hinaus besitzen diese Punkte große systematische Fehler, die aus kleinen Offsetfehlern (hier: $\Delta P_{\mathtt{syst}} = 1.1\%$) resultieren. Die gemessenen Punkte und die angepaßte Resonanzform werden mit der Vorhersage von SODOM verglichen, die für ein gestörtes LEP-Modell mit einer Polarisation von 43% bei $\nu = 101.47$ gilt. Die SODOM-Rechnungen beinhalten nur die $101 + 6 \cdot Q_s$-Spinresonanz und wurden um $\Delta\nu = 0.0021$ verschoben, um kleine Unterschiede im Q_s auszugleichen.*

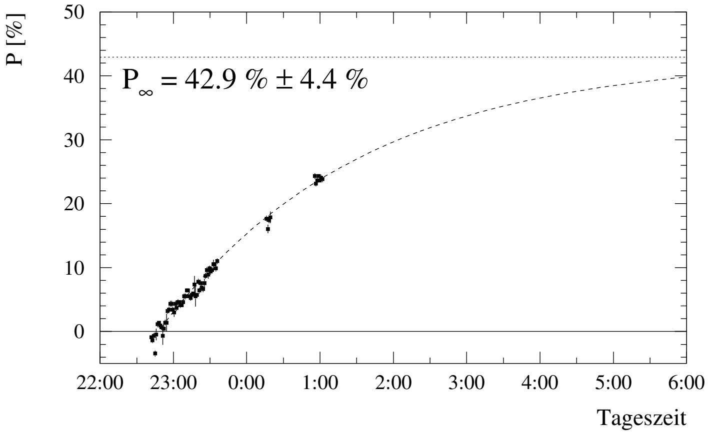


Abbildung 5.20: *Gemessene Polarisation zu Beginn des Experimentes aus Abb. 5.19. Die absolute Polarisationsskala wird als bekannt angenommen und die effektive Anstiegszeit durch eine einfache Anpassung mit zwei Parametern bestimmt. Daraus ergibt sich mit guter Genauigkeit die Gleichgewichtspolarisation bei der Spinzahl 101.47.*

$\varepsilon/10^{-4}$	ν_0	ν_{exp}	$\nu_0 - \nu_{\text{exp}}$	$(\tau_p/\tau_d)_0$
3.35 ± 0.71	101.3771 ± 0.0005	101.3750 ± 0.0012	0.0021 ± 0.0013	3.77 ± 1.03
0.57 ± 0.15	101.3623 ± 0.0003	-	-	3.77 ± 1.03

Tabelle 5.3: *Ergebnisse einer kombinierten Anpassungsrechnung an die Spinresonanzen höherer Ordnung aus Abb. 5.19. Es wird angenommen, daß die stärkere Spinresonanz die $101 + 6 \cdot Q_s$-Resonanz ist. Ihr Zentrum ν_0 kann dann mit dem erwarteten Zentrum ν_{exp} verglichen werden. Die Meßgenauigkeit für die kohärente Synchrotronzahl ist zu $\Delta Q_s = .0002$ angenommen.*

chen inkohärenten Synchrotronzahl ist. Tatsächlich existiert aber ein Unterschied ΔQ_s zwischen den beiden Werten, der bei 45 GeV nicht genau bekannt ist. Da die inkohärente Synchrotronzahl größer ist als die kohärente, würde die Spinresonanz gegenüber der mit Q_s^{coh} berechneten Erwartung als nach oben verschoben erscheinen. Unter der Annahme, daß die Energieskala absolut fehlerfrei ist, kann die beobachtete Differenz $\Delta\nu$ durch eine 0.6% größere inkohärente Synchrotronzahl erklärt werden.

Nun soll eine alternative Interpretation der Messung diskutiert werden. Es wird angenommen, daß die schmale Resonanz vom Typ $102 - 10 \cdot Q_s$ ist. Die Tatsache, daß die gemessene Resonanz etwa viermal breiter ist als erwartet, wird Ungenauigkeiten in der Messung zugeschrieben. Die Distanz zwischen den beiden beobachteten Spinresonanzen wäre dann $16 \cdot \Delta Q_s$. Aus den Ergebnissen der Anpassungsrechnung resultiert unter dieser Annahme eine 1.5% größere inkohärente Synchrotronzahl. In der betrachteten Hypothese wäre zudem die Energieskala durch Interferenzeffekte um -1.5 MeV gegen die wahre Energie verschoben. Da die Messung bei einer Spinzahl von etwa 101.37 durchgeführt wurde, wird nahe der halbzahligen Spinzahl eine deutlich kleinere Verschiebung erwartet. Die schmale Spinresonanz kann jedoch nicht eindeutig als $102 - 10 \cdot Q_s$-Resonanz identifiziert werden und die gegebene Interpretation bleibt spekulativ.

5.4 Beschleunigung des Polarisationsaufbaus mit asymmetrischen Wigglern

Die natürliche Anstiegszeit τ_p der Polarisation beträgt im idealen LEP-Speicherring fünf bis sechs Stunden. Durch depolarisierende Prozesse wird τ_p auf eine effektive Anstiegszeit τ_p^{eff} reduziert, die bei einer Gleichgewichtspolarisation von 10% beispielsweise etwa 30 Minuten beträgt (vergleiche Abschnitt 3.2.3). Hohe Strahlpolarisation kann jedoch erst nach einigen Stunden beobachtet werden. Experimente werden dadurch sehr zeitaufwendig. Zudem wird die luminositätsgewichtete Polarisation, die für Experimente mit longitudinaler Polarisation wichtig ist, begrenzt.

In Abschnitt 3.2.2 wurde gezeigt, daß asymmetrische Wiggler die Anstiegszeit τ_p deutlich reduzieren können. Die im folgenden besprochenen Experimente wurden mit den asymmetrischen Dämpfungswigglern am LEP durchgeführt. Die Dämpfungswiggler reduzieren bei voller Anregung die Anstiegszeit um einen Faktor 2.9 und haben nur

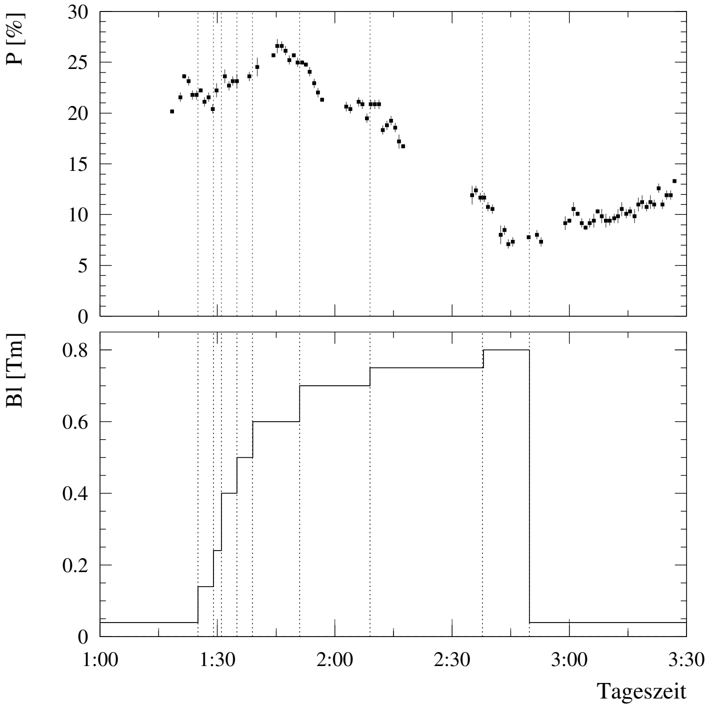


Abbildung 5.21: *Gemessene Polarisation für verschiedene Einstellungen des integrierten Magnetfeldes Bl pro Dämpfungswiggler. Das Minimalfeld beträgt 0.04 Tm.*

einen kleinen Einfluß auf die Strahlemittanzen. Der Effekt der Dämpfungswiggler auf Anstiegszeit, Sokolov-Ternov-Polarisationsgrad und Energiebreite wurde in Abb. 3.2 als Funktion ihrer Anregung gezeigt.

5.4.1 Depolarisation durch Energiestreuung

Die absolute Energiestreuung σ_E in den Teilchenstrahlen wächst mit dem Quadrat der Strahlenergie E, während der Abstand der Spinresonanzen, insbesondere der der Synchrotronsatelliten, unverändert bleibt. In Abschnitt 3.4.4 wurde gezeigt, daß aus einer verstärkten Energiestreuung starke Depolarisation resultieren kann. Der Effekt ist in Abb. 3.7 illustriert und wurde im Rahmen dieser Arbeit sowohl analytisch als auch mit Hilfe des Computerprogrammes SODOM berechnet. Dabei ergeben die beiden unterschiedlichen Ansätze gut übereinstimmende Ergebnisse (vergleiche Abschnitt 3.5.4).

Mit den Dämpfungswigglern kann σ_E im LEP kontrolliert geändert und Depolarisation durch Energiestreuung experimentell studiert werden. Die Dämpfungswiggler wurden am LEP in verschiedenen Experimenten bei gleichzeitiger Messung der Polarisation angeregt. Das vollständigste Beispiel ist in Abb. 5.21 dargestellt. In dem dort gezeigten Experiment wurden die Dämpfungswiggler in mehreren Schritten auf ihre maximale Stärke eingestellt. Dabei wurde darauf geachtet, daß die Spinzahl in der Mitte zwischen Spinresonanzen höherer Ordnung lag. Es ist deutlich zu erkennen, daß die Polarisation mit zunehmender Anregung der Wiggler reduziert wurde. Die Resultate aller durchgeführten Messungen werden in Abb. 5.22 zusammengefaßt. Die Messungen stimmen gut miteinander überein und zeigen einen starken Polarisationsverlust bei anwachsendem Feld der Dämpfungswiggler. Mit voll angeregten Dämpfungswigglern wird die Gleichgewichtspolarisation

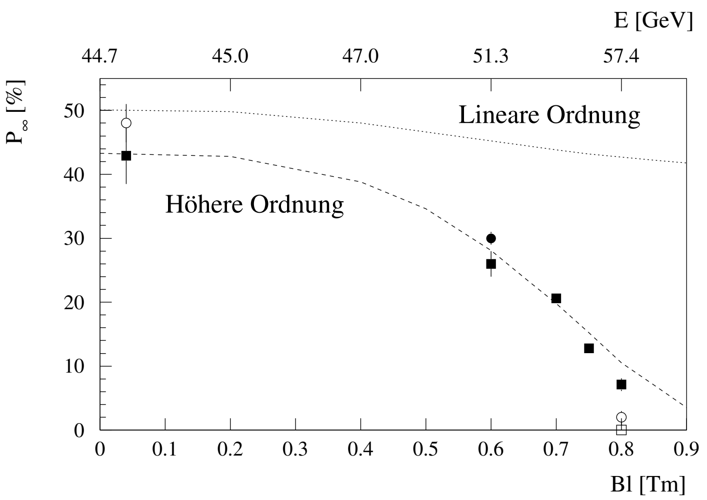


Abbildung 5.22: *Gleichgewichtspolarisation P_∞ als Funktion des integrierten magnetischen Feldes Bl pro Dämpfungswiggler. Die unterschiedlichen Symbole zeigen verschiedene Experimente an. Die Messungen werden mit Rechnungen in linearer und höherer Ordnung verglichen. Die obere horizontale Skala gibt die Strahlenergie an, bei der die Energiestreuung ohne Wiggler genauso groß ist, wie die bei 45 GeV durch Wiggler-Anregung erzeugte.*

auf unter 8% begrenzt.

Die Messungen werden mit in linearer und höherer Ordnung durchgeführten Polarisationsrechnungen von SODOM verglichen. Um mögliche Effekte durch Änderungen der Strahlemittanzen in den Rechnungen zu vermeiden, wurde ein perfektes LEP-Modell nur lokal durch Orbitbeulen gestört. Die Beulen wurden so eingestellt, daß der bei Minimalanregung der Wiggler gemessene Polarisationsgrad reproduziert wurde. Die horizontale und vertikale Dispersion an den Stellen der Dämpfungswiggler waren kleiner als 1 cm und 0.5 cm. Die lineare Rechnung zeigt einen leichten Rückgang der Polarisation mit stärkerer Anregung der Wiggler. Das ist auf die Reduktion des Sokolov-Ternov-Polarisationsgrades zurückzuführen. Die höhere Ordnung zeigt dagegen einen starken Polarisationsverlust, der von vergleichbarer Größe wie der experimentell beobachtete Verlust ist. Gleichzeitig stimmt die Rechnung höherer Ordnung gut mit den Ergebnissen eines analytischen Modells überein, in die nur die geänderte Energiestreuung eingeht (vergleiche Abb. 3.11).

Die beobachtete Depolarisation muß daher der durch die Wiggler erhöhten Energiestreuung im LEP zugeschrieben werden. Insbesondere begrenzt dieser lange vorhergesagte (z.B. [YOK85]) und am LEP erstmals beobachtete Effekt die erreichbare Polarisation bei höheren Strahlenergien. Innerhalb des heutigen Verständnisses der Depolarisation in e^+e^--Speicherringen erscheint transversale Polarisation im LEP oberhalb einer Strahlenergie von etwa 65 GeV als nicht realisierbar. Selbst eine ausgezeichnete, aber notwendigerweise nicht perfekte Kompensation der Spinresonanzen könnte den depolarisierenden Effekt der Energiestreuung nicht kompensieren.

5.4.2 Reduktion der Anstiegszeit

Die im vorigen Abschnitt diskutierten Ergebnisse zeigen, daß bei einer Einstellung der Dämpfungswiggler auf je 0.6 Tm ein Polarisationsgrad von etwa 30% möglich ist. Bei diesem Feld wird nach Abb. 3.2 die Anstiegszeit τ_p um einen Faktor 1.8 reduziert. Das wurde

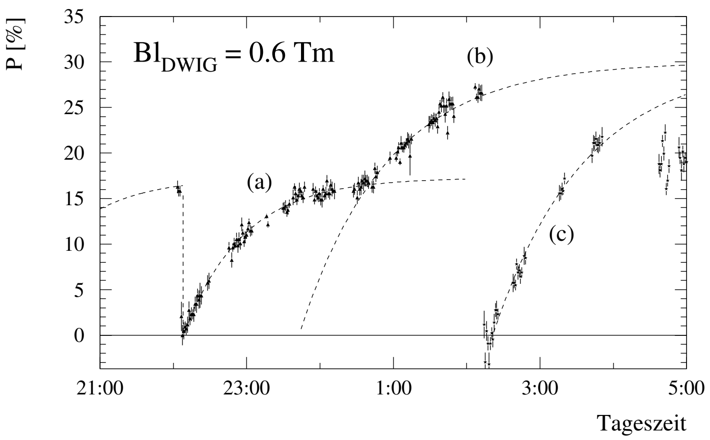


Abbildung 5.23: *Polarisationsaufbau mit den Dämpfungswigglern auf je 0.6 Tm. Die drei verschiedenen Kurven wurden mit verschiedenen Teilchenpaketen gemessen. Nach einer zweiten Stufe deterministischer harmonischer Spin-Orbitkorrektur wurde eine Polarisation von 30% erreicht.*

Fall	τ_p^W [h]	τ_p/τ_p^W
(a)	3.82 ± 0.34	1.53 ± 0.14
(b)	3.23 ± 0.31	1.81 ± 0.17
(c)	3.35 ± 0.21	1.75 ± 0.11

Tabelle 5.4: *Reduzierte Anstiegszeit τ_p^W mit den Dämpfungswigglern auf je 0.6 Tm. Die Ergebnisse wurden durch Anpassungsrechnungen an die Messungen aus Abb. 5.23 gewonnen. Das Verhältnis τ_p/τ_p^W ist angegeben und muß mit dem erwarteten Wert von 1.8 verglichen werden.*

experimentell überprüft. Dazu wurde der Polarisationsaufbau bei eingeschalteten Dämpfungswigglern dreimal mit verschiedenen Teilchenpaketen gemessen (siehe Abb. 5.23). Die Anstiegszeit τ_p^W der Polarisation mit Wigglern wird aus der angepaßten effektiven Anstiegszeit $\tau_p^{\mathrm{eff},W}$ und der gemessenen asymptotischen Polarisation Δy_∞^W berechnet:

$$\tau_p^W = \frac{\tau_p^{\mathrm{eff},W} \cdot P_{\mathrm{ST}}^W}{\Delta y_\infty^W} \cdot \xi \quad . \tag{5.15}$$

Die reduzierte Sokolov-Ternov-Polarisation P_{ST}^W ist aus der Asymmetrie des Wigglers bekannt, und der Polarisationsskalenfaktor ξ des Polarimeters wurde andersweitig experimentell bestimmt. Die aus Abb. 5.23 resultierenden τ_p^W werden in Tabelle 5.4 aufgeführt. Dort wird ebenfalls der Reduktionsfaktor τ_p/τ_p^W angegeben. Innerhalb der Fehler wurde die erwartete Reduktion in der Anstiegszeit der Polarisation gemessen. Insbesondere die beiden Messungen mit einer asymptotischen Polarisation von 30% stimmen sehr gut mit der Erwartung überein. Die Anstiegszeit der Polarisation wurde damit am LEP erstmals mit der Hilfe von asymmetrischen Wigglern reduziert. Die Depolarisation, die durch die von den Wigglern verursachte Energiestreuung erzeugt wird, begrenzt die mögliche Reduktion am LEP allerdings auf etwa einen Faktor zwei.

Kapitel 6

Anwendung der Spin-Polarisation für Präzisionsmessungen am LEP

Der Einsatz polarisierter Teilchenstrahlen am LEP eröffnet die Möglichkeit, zentrale physikalische Größen mit verbesserter Genauigkeit zu messen. Insbesondere können Präzisionstests des Standardmodells der elektroschwachen Wechselwirkung durchgeführt werden.

6.1 Messung der Masse und Zerfallsbreite des Z-Bosons

Die erste Ausbaustufe des LEP-Speicherringes dient seit 1989 der Untersuchung des Z-Bosons, welches als einziges bekanntes Eichboson resonant erzeugt werden kann. Die im LEP1 zirkulierenden Elektronen und Positronen werden mit einer Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$, die nahe der Masse M_{Z} des Z-Bosons ist, zur Kollision gebracht. Die produzierten Z-Bosonen sind zahlreich und können über eine relativ einfache Signatur nachgewiesen werden. Die hohe Statistik und kleine systematische Fehler der vier beteiligten Experimente führten dazu, daß die Genauigkeit der Messung von M_{Z} am LEP schon 1991 durch die Kenntnis der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ limitiert wurde. Für die Zerfallsbreite Γ_{Z} des Z-Bosons war dieselbe Situation 1992 gegeben. Notwendige Voraussetzung für eine präzise Bestimmung von M_{Z} und Γ_{Z} ist seitdem die verbesserte Kenntnis der absoluten Energieskala des LEP-Speicherringes. Durch die Messung der mittleren Spinpräzessionsfrequenz kann die mittlere Strahlenergie $E = \sqrt{s}/2$ mit einer mindestens 40 mal höheren Genauigkeit als mit anderen bekannten Methoden bestimmt werden [DER80]. Daraus erklärt sich der zentrale Beitrag der LEP-Polarisationsgruppe zu den Präzisionsmessungen von M_{Z} und Γ_{Z}. Im folgenden werden alle Massen in natürlichen Einheiten ($\hbar = c = 1$) angegeben.

Neben den zuvor beschriebenen Studien zur Optimierung des Polarisationsgrades im LEP, wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit experimentelle und theoretische Untersuchungen zur resonanten Spinvektordrehung und zur Genauigkeit der Energiekalibration beim LEP durchgeführt. Darüber hinaus wurde an regelmäßigen Meßperioden zur Bestimmung der Strahlenergie teilgenommen und innerhalb der Arbeitsgruppe für die Energiekalibration am LEP zur Analyse der Daten beigetragen.

6.1.1 Resonante Messung der Spinzahl

Durch resonante Spinvektordrehung (siehe Abschnitt 3.4.2) kann die Spinpräzessionsfrequenz f_{spin}, die sich aus dem Produkt der Spinzahl ν und der Umlauffrequenz f_{rev} der

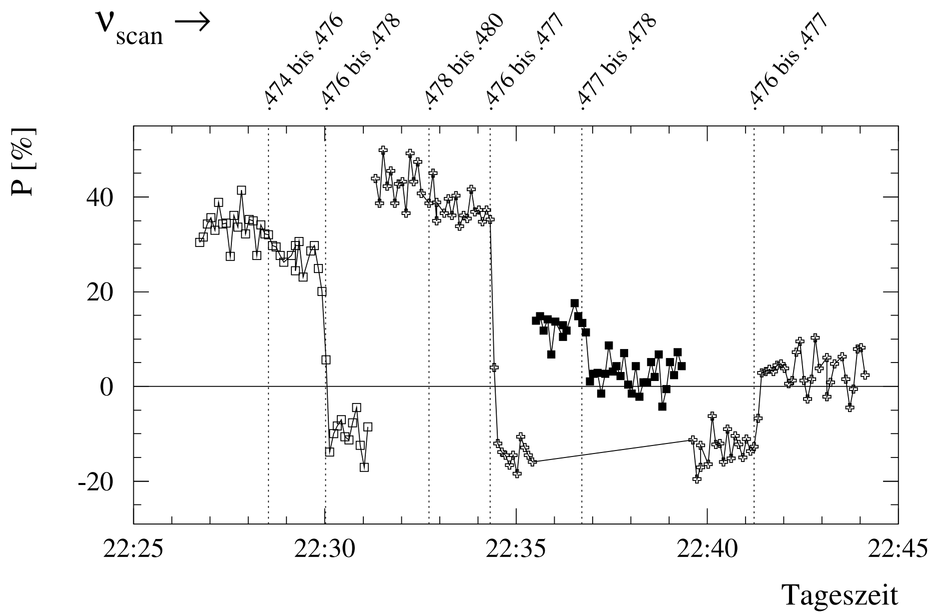


Abbildung 6.1: *Messung der Spinzahl ν. Die Spinpräzession wurde auf drei verschiedenen Teilchenpaketen durch ein mit der Frequenz ν_{scan} oszillierendes Dipolfeld gestört. Für $\nu_{\mathrm{scan}} \approx [\nu]$ wurden resonante Spinvektordrehungen beobachtet. Dabei wurde ein teilweises Umklappen des Polarisationsvektors beobachtet. In der letzten Messung konnte der zuvor umgeklappte Polarisationsvektor erneut teilweise umgeklappt werden.*

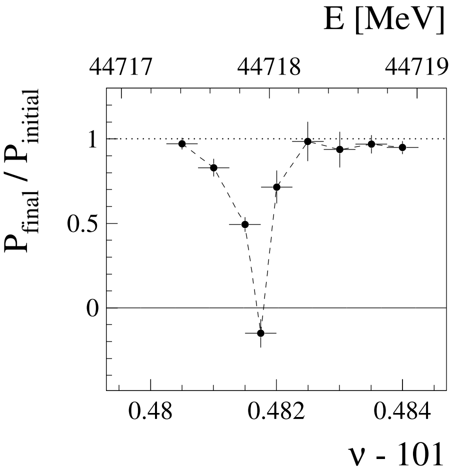
Teilchen ergibt, präzise gemessen werden:

$$f_{\mathrm{spin}} = \nu \cdot f_{\mathrm{rev}} \; . \tag{6.1}$$

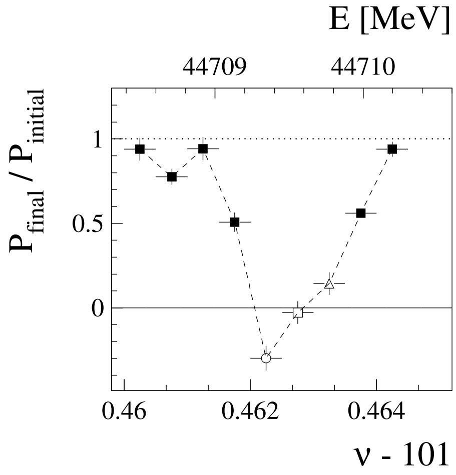
Zur Messung von f_{spin} wird die Spinpräzession an einem festen Ort durch ein mit der Frequenz f_{dep} oszillierendes horizontales Dipolfeld b_x gestört. Resonante Spinvektordrehung tritt dann auf, wenn f_{spin} gleich einem einfachen Vielfachen der Umlauffrequenz plus f_{dep} ist (siehe Abschnitt 3.4.2 und Abb. 3.5). Da die Umlauffrequenz für LEP mit einer relativen Genauigkeit von 10^{-10} bekannt ist, kann aus Gl. 6.1 die Spinzahl ν sehr präzise berechnet werden. Allerdings kann durch resonante Spinvektordrehung nur der nicht-ganzzahlige Anteil $[\nu]$ der Spinzahl bestimmt werden. Der ganzzahlige Anteil ist aus der Einstellung des LEP-Dipolfeldes bekannt.

Am LEP wird f_{dep} für eine einzelne Messung langsam über einen bestimmten Bereich variiert [ARN92, PLA94]. Der gewählte Unterschied $\Delta\nu_{\mathrm{scan}}$ zwischen Start- und Endfrequenz bestimmt die Auflösung in der gemessenen Spinzahl. Er wurde meist zu 0.002 in der Spinzahl (0.9 MeV in der Strahlenergie) gewählt. In Einzelfällen wurde die Spinzahl jedoch mit einer viermal höheren Auflösung gemessen.

In Abb. 6.1 wird die resonante Messung der Spinzahl ν gezeigt. Dabei war es nützlich, daß jeweils selektiv ein einzelnes Teilchenpaket gestört werden konnte und die Polarisation auf den anderen Teilchenpaketen unverändert blieb. Störungen der Spinpräzession mit



(a) $\Delta\nu_{\mathrm{scan}}/\Delta t = 1.67 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ *(Standardeinstellung).*



(b) $\Delta\nu_{\mathrm{scan}}/\Delta t = 4.17 \cdot 10^{-5} s^{-1}$.

Abbildung 6.2: *Relative Änderung $P_{\mathrm{final}}/P_{\mathrm{initial}}$ im Polarisationsgrad als Funktion der Frequenz ν_{scan} des störenden RF-Dipolfeldes. Fall (a) zeigt die mit Standardeinstellungen des RF-Magneten angeregte Spinresonanz. Die leicht asymmetrische Form der Resonanz wurde durch gezeitenbedingte Änderungen der Strahlenergie verursacht. In Messung (b) war die Änderung von ν_{scan} pro Zeiteinheit viermal langsamer als in (a). Die Spinresonanz wird dadurch stärker angeregt und ist viermal breiter. Die verschiedenen Symbole in (b) zeigen Messungen auf verschiedenen Teilchenpaketen an.*

verschiedenen Frequenzen $\nu_{\mathrm{scan}} = f_{\mathrm{dep}}/f_{\mathrm{rev}}$ werden in Abb. 6.1 durch gepunktete Linien angezeigt. Die Messungen wurden innerhalb von 20 Minuten auf drei verschiedenen Teilchenpaketen durchgeführt. Resonante Spinvektordrehung ist als teilweises Umklappen des Polarisationsvektors oder als vollständige Depolarisation zu erkennen. Im gezeigten Experiment wurde der nicht-ganzzahlige Anteil $[\nu]$ der Spinzahl zwischen .476 und .478 lokalisiert. Im Bereich von .476 nach .477 wurde die Polarisation von +35% nach -13% und anschließend nach +3% umgeklappt. Da auch im benachbarten Bereich von .477 nach .478 depolarisiert wurde, lag die Spinzahl wahrscheinlich in der Nähe von .477.

Die Störung der Spinpräzession durch das mit der Frequenz ν_{scan} oszillierende horizontale RF-Dipolfeld führt zu der Anregung einer Spinresonanz. Die Stärke der angeregten Spinresonanz hängt von den Einstellungen des RF-Magneten ab und wurde experimentell bestimmt. In Abb. 6.2 werden zwei Messungen mit unterschiedlich schnellen Änderungen $\Delta\nu_{\mathrm{scan}}/\Delta t$ in der Frequenz des RF-Dipolfeldes gezeigt. Für die viermal langsamere Änderung in Abb. 6.2(b) wird die Spinpräzession pro Spinzahlbereich viermal länger gestört und die angeregte Spinresonanz ist viermal breiter als in Abb. 6.2(a). Die in Abb. 6.2(a) gezeigte Messung wurde mit den zur Energiekalibration standardmäßig verwendeten Einstellungen durchgeführt: $b_x l = 0.2 \cdot 10^{-3}$ Tm und $\Delta\nu_{\mathrm{scan}}/\Delta t = 1.67 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$. Die Halbwertsbreite der angeregten Spinresonanz beträgt dann 0.2 MeV, ihre Gauß'sche Breite ist etwa 0.1 MeV. Durch Vergleich dieser Messungen mit dem nach Froissart-Stora erwarteten Wert von etwa 5 keV [BUO91] wird klar, daß die beobachtete Breite der angeregten Spinresonanz für LEP im wesentlichen durch die Synchrotronoszillationen der Teilchen erzeugt wird.

Mit dem gemessenen Zusammenhang zwischen der Schnelligkeit der Frequenzänderung $\alpha = \Delta\nu_{\text{scan}}/\Delta t$ und der Breite ϵ der angeregten Spinresonanz für LEP kann mit Froissart-Stora (Gl. 3.30) die erwartete Änderung des Polarisationsgrades bestimmt werden. Da Froissart-Stora für ein einzelnes Teilchen ohne Synchrotronstrahlung gilt, ist diese Anwendung auf LEP naiv, aber dennoch lehrreich. Es wird angenommen, daß die Synchrotronstrahlung einerseits in die gemessene Anregung ϵ der Spinresonanz eingeht und andererseits zu einem Zerfall der horizontalen Polarisationskomponente mit einer Dekohärenzzeit von τ_{decoh} führt:

$$\frac{P_{\text{final}}}{P_{\text{initial}}} = e^{-T/\tau_{\text{decoh}}} \cdot \left[2\exp\left(-\frac{\pi\epsilon^2}{2\alpha}\right) - 1 \right] . \qquad (6.2)$$

Dabei sei T die Zeitspanne, die dazu benötigt wird, die halbe Breite der angeregten Spinresonanz zu durchqueren. In Abb. 6.3 wird die in diesem naiven Modell für LEP erwartete Polarisationsänderung gezeigt. Dabei wurde angenommen, daß der RF-Magnet mit einer konstanten Magnetfeldstärke von $0.2 \cdot 10^{-3}$ Tm betrieben wird. Der Einfluß einer Dekohärenzzeit von 3 Sekunden wird gezeigt. Die verwendeten Einstellungen des RF-Dipolfeldes sind nahe am optimalen Arbeitspunkt, für den gleichzeitig eine effiziente Spinvektordrehung und eine möglichst schmale Spinresonanz erreicht werden. In dem naiven Modell kann das nur teilweise Umklappen des Polarisationsvektors durch eine Dekohärenzzeit, die in der Größenordnung einiger Sekunden liegt, erklärt werden. Die konsistente Beschreibung der Spinvektordrehung in e^+e^--Speicherringen war nicht Zielsetzung der vorliegenden Arbeit. Hier ergeben sich jedoch interessante Ansatzpunkte für weitere Studien.

Nach Beobachtung resonanter Spinvektordrehung müssen zur eindeutigen Bestimmung der Spinzahl zwei zusätzliche Messungen durchgeführt werden. Durch die Änderung der Synchrotronzahl Q_s kann sichergestellt werden, daß nicht auf einem Synchrotronsatelliten der “wahren” Spinzahl gemessen wurde. Darüber hinaus muß durch eine kleine Änderung in der Strahlenergie überprüft werden, ob die gemessene Spinzahl oberhalb oder unterhalb der Halbzahl liegt (vergleiche Abschnitt 3.4.2).

6.1.2 Präzise Bestimmung der Strahlenergie

Der zentrale Zusammenhang zwischen der mittleren Strahlenergie E und der mittleren Spinzahl ν wurde in Gl. 3.27 gegeben:

$$\nu = a\gamma \equiv \frac{E}{440.6486(1)\ \text{MeV}} \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{E}{m_e c^2} . \qquad (6.3)$$

Aus dem gemessenen Wert der Spinzahl kann die Strahlenergie einfach berechnet werden. Dabei ist es wichtig, zu verstehen, daß nicht die Energie einzelner Teilchen am Ort des RF-Magneten gemessen, sondern die Präzessionsfrequenz des Polarisationsvektors für einen vollen Umlauf bestimmt wird. Da der Polarisationsvektor als mittlerer Spinvektor

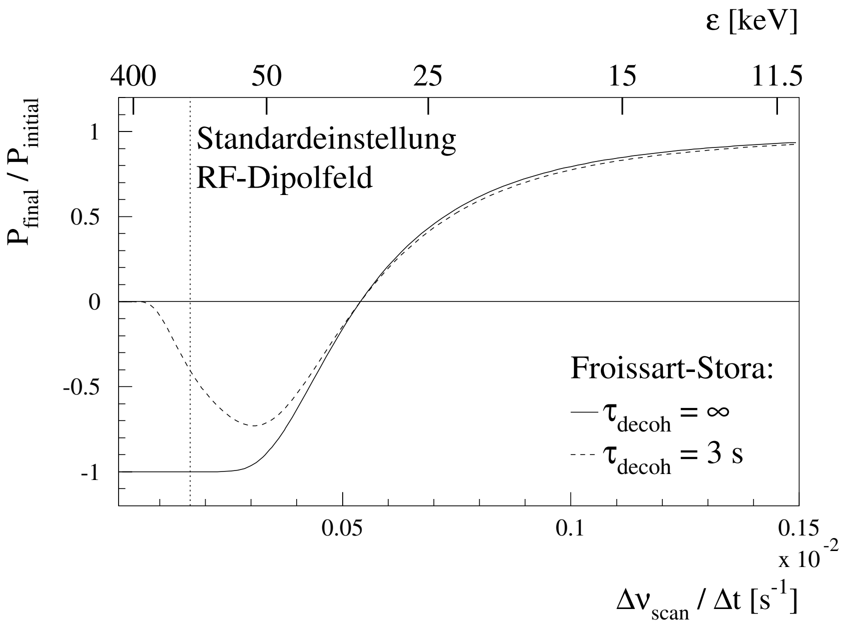


Abbildung 6.3: *Abhängigkeit der relativen Polarisationsänderung $P_{\text{final}}/P_{\text{initial}}$ von der Schnelligkeit der Änderung $\Delta\nu_{\text{scan}}/\Delta t$ in der Frequenz des RF-Dipolfeldes. Invers proportional zu $\Delta\nu_{\text{scan}}/\Delta t$ ändert sich die Breite ϵ der Spinresonanz und $P_{\text{final}}/P_{\text{initial}}$ kann in einem naiven Modell über Froissart-Stora berechnet werden. Die Rechnung, die mit der unterbrochenen Linie dargestellt wird, berücksichtigt eine Dekohärenzzeit von 3 Sekunden. Es wird angenommen, daß der RF-Magnet mit einer konstanten Magnetfeldstärke von $0.2 \cdot 10^{-3}$ Tm betrieben wird.*

im Teilchenensemble definiert ist, ist die gemessene mittlere Strahlenergie mit sehr guter Genauigkeit unabhängig von Betatron- und Synchrotronoszillationen der einzelnen Teilchen. Sie kann daher im LEP-Speicherring mit einer Auflösung bestimmt werden, die viel besser ist als die Streuung in der Energie der Teilchen (etwa 30 MeV). Im folgenden sollen die Fehler der Energiebestimmung mit resonanter Spinvektordrehung diskutiert werden:

1. **Elektronenmasse**: Bei exakter Messung der Spinzahl ν wird die Genauigkeit der Energiebestimmung über Gl. 6.3 durch den Fehler auf der Elektronenmasse m_e zu $\Delta E/E = 3 \cdot 10^{-7}$ begrenzt. Dem entspricht bei der LEP-Energie ein absoluter Fehler von rund 10 keV.

2. **Umlauffrequenz:** Die Umlauffrequenz f_{rev} der Teilchen ist für LEP mit einer relativen Genauigkeit von 10^{-10} bekannt. Der dadurch verursachte Fehler in der Berechnung der Spinzahl ν über Gl. 6.1 ist vernachlässigbar klein.

3. **Frequenz des RF-Magneten**: Die Frequenz f_{dep} des oszillierenden RF-Dipolfeldes ist bei jeder Messung der Spinzahl mit einer Genauigkeit von 2 Hz bekannt. Durch Vergleich mit der Spinpräzessionsfrequenz von etwa 1.1 MHz ergibt sich daraus eine Präzision von $\Delta E/E \leq 2 \cdot 10^{-6}$ oder ein absoluter Fehler von etwa 100 keV.

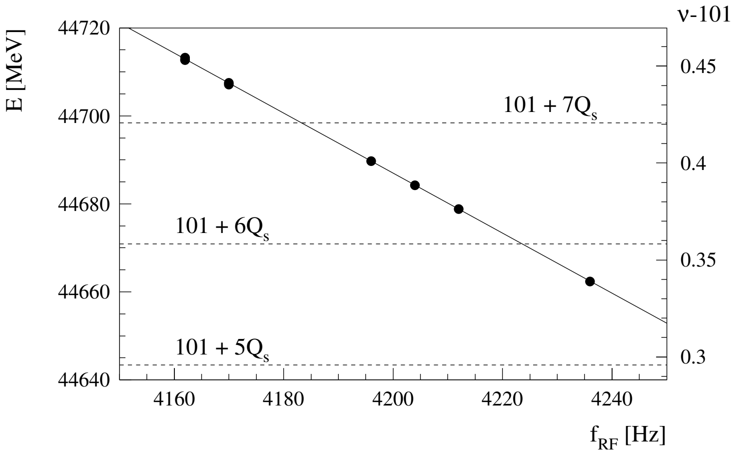


Abbildung 6.4: *Gemessene Änderung der Strahlenergie in Abhängigkeit von der RF-Frequenz f_{RF}. Es werden nur die letzten vier Stellen von f_{RF} angegeben. Die Messungen zeigen innerhalb der Meßgenauigkeit keinerlei Abweichungen von der erwarteten linearen Beziehung. Der "Momentum-Compaction-Faktor" α ergibt sich zu $(1.860 \pm 0.020) \cdot 10^{-4}$ bei einem berechneten Wert von $1.859 \cdot 10^{-4}$.*

4. **Breite der angeregten Spinresonanz**: Wenn die angeregte Spinresonanz im Detail vermessen wird, dann kann die Strahlenergie sehr genau bestimmt werden. Bei einmaliger Messung der Spinzahl verursacht die endliche Breite der Spinresonanz jedoch einen systematischen Fehler. Aus der experimentell bestimmten Gauß'schen Breite wurde dieser Fehler für Standardmessungen zu 100 keV bestimmt.

5. **Interferenz zwischen Spinresonanzen**: In [BUO87] wurde gezeigt, daß die gemessene Spinzahl durch Interferenz zwischen der mit dem RF-Dipolfeld angeregten Spinresonanz und den "natürlichen" Spinresonanzen verschoben sein kann. Dieser Effekt wurde experimentell untersucht, indem die Spinzahl unterschiedlich nahe an verschieden starke, "natürliche" Spinresonanzen gesetzt und durch Anregung der "künstlichen" Spinresonanz gemessen wurde. Dabei konnten innerhalb der Meßauflösung selbst in der Nähe starker Spinresonanzen keinerlei Verschiebungen bezüglich der erwarteten Position beobachtet werden. Als Beispiel wird in Abb. 6.4 die Messung des "Momentum-Compaction-Faktors" α gezeigt. Aus den verschiedenen Experimenten ergibt sich eine Präzision bezüglich dieses Effektes von $\Delta E/E \leq 2 \cdot 10^{-6}$ oder ein absoluter Fehler von etwa 100 keV.

6. **Longitudinale Magnetfelder:** Dreidimensionale Rotationen des Spinvektors kommutieren nicht und als Folge können parasitäre Rotationen durch longitudinale Magnetfelder zu einer kleinen Verschiebung der Spinzahl führen. Im LEP werden longitudinale Magnetfelder hauptsächlich durch die genau bekannten experimentellen Solenoide erzeugt. Ihr Effekt wurde in [KOU93b] studiert. Mögliche Verschiebungen der Spinzahl sind kleiner als 50 keV ohne und kleiner als 5 keV mit Spinkompensation der Solenoide. Experimentell wurde innerhalb einer Auflösung von 0.88 MeV keinerlei Verschiebung beobachtet.

7. **Horizontale Magnetfelder:** Horizontale Magnetfelder können gleichfalls zu einer Verschiebung der Spinzahl führen. Ihre Betrachtung unterscheidet sich von derjenigen für longitudinale Magnetfelder, da sie durch a priori unbekannte Störungen

im vertikalen Gleichgewichtsorbit verursacht werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde dieser Effekt für LEP erstmals quantitativ studiert (siehe Anhang A). Für eine effektive vertikale Orbitablage von 0.5 mm ergibt sich für LEP 1993 ein Fehler von etwa 30 keV auf die gemessene Spinzahl. Bei einer effektiven vertikalen Orbitablage von 1.5 mm beträgt dieser Fehler jedoch schon 240 keV. Spinzahlverschiebungen durch horizontale Magnetfelder führen für LEP eine neue grundsätzliche Grenze in der erreichbaren Genauigkeit der Energiebestimmung ein. Dabei ist die Spinzahlverschiebung für LEP in allen praktischen Fällen kleiner als 100 keV. Der Effekt wurde experimentell studiert, indem unerklärte Abweichungen der gemessenen Spinzahl, die zeitlich mit Änderungen im vertikalen Gleichgewichtsorbit korreliert waren, untersucht wurden. In einem Fall wurde bei einer effektiven Änderung des vertikalen Orbits um 0.8 mm eine signifikante Spinzahländerung um 0.4 MeV bis 1.2 MeV beobachtet. In einem weiteren Fall wurde eine Änderung um 0.1 MeV bis 0.5 MeV gefunden. In allen anderen Fällen wurden keine Abweichungen beobachtet, so daß die experimentellen Ergebnisse insgesamt kompatibel mit der theoretischen Erwartung sind.

8. **Quadratische Nicht-Linearitäten**: Eine kleine systematische Verschiebung der mittleren Spinzahl kann durch die mit Synchrotronoszillationen verbundene Streuung der Spinpräzessionsfrequenz verursacht werden. In [KOO89] wurde gezeigt, daß diese Verschiebung kleiner als $10^{-5} \cdot f_{\mathrm{rev}}$ ist. Für LEP resultiert damit ein relativer Fehler von $\Delta E/E = 1 \cdot 10^{-7}$. Der Effekt wird durch quadratische Nicht-Linearitäten im Speicherring bestimmt und kann durch Änderungen der Chromatizität experimentell untersucht werden. Für LEP wurde innerhalb der gewählten Meßauflösung von 0.88 MeV bei Änderung der Chromatizität um bis zu 10 Einheiten keinerlei Verschiebung der Spinzahl beobachtet.

In Tabelle 6.1 findet sich eine Zusammenfassung der zuvor besprochenen, systematischen Fehler in der Energiebestimmung durch resonante Spinvektordrehung für LEP. Es ergibt sich ein totaler systematischer Fehler ΔE von etwa 200 keV für die nominelle LEP-Energie. Der angegebene Fehler beinhaltet dabei theoretische Abschätzungen verschiedener Effekte. Experimentell konnten wegen der durch praktische Zwänge limitierten Meßauflösung nur obere Grenzen für die verschiedenen Fehlerquellen bestimmt werden (siehe Tabelle 6.2). Als obere experimentelle Grenze für den systematischen Fehler ergibt sich $\Delta E = 1.1$ MeV. Die für LEP erreichte Präzision in der Bestimmung der mittleren Strahlenergie durch resonante Spinvektordrehung genügte damit bei weitem den Anforderungen für die Präzisionsmessung der Masse und Zerfallsbreite des Z-Bosons im Jahre 1993.

Die hervorragende Stabilität und Reproduzierbarkeit der Energiebestimmung wird in Abb. 6.5 gezeigt. Innerhalb von 35 Minuten wurde die Strahlenergie der acht verschiedenen Elektronenpakete im LEP mit hoher Genauigkeit gemessen. Die Meßwerte zeigen kleine Variationen mit einer Standardabweichung von 130 keV.

Quelle	$\Delta E/E$	ΔE (E=45.6 GeV)
Elektronenmasse	$2 \cdot 10^{-7}$	9 keV
Umlauffrequenz f_{rev}	$1 \cdot 10^{-10}$	0 keV
Frequenz des RF-Magneten	$2 \cdot 10^{-6}$	100 keV
Breite der Spinresonanz	$2 \cdot 10^{-6}$	100 keV
Interferenz der Spinresonanzen	$2 \cdot 10^{-6}$	100 keV
Quadratische Nicht-Linearitäten	$1 \cdot 10^{-7}$	5 keV
Longitudinale Magnetfelder	$1.1 \cdot 10^{-7}$	5 keV
Horizontale Magnetfelder	$2 \cdot 10^{-6}$	100 keV
Totaler Fehler	$4.4 \cdot 10^{-6}$	200 keV

Tabelle 6.1: *Die systematischen Fehler in der Bestimmung der Strahlenergie am LEP werden für eine Standardmessung zusammengefaßt.*

Quelle	$\Delta E/E$	ΔE (E=45.6 GeV)
Breite der Spinresonanz	$2 \cdot 10^{-6}$	100 keV
Interferenz der Spinresonanzen	$2 \cdot 10^{-6}$	100 keV
Quadratische Nicht-Linearitäten	$1 \cdot 10^{-5}$	500 keV
Longitudinale Magnetfelder	$1 \cdot 10^{-5}$	500 keV
Horizontale Magnetfelder	$1.8 \cdot 10^{-5}$	800 keV
Totaler Fehler	$2.4 \cdot 10^{-5}$	1.1 MeV

Tabelle 6.2: *Die für die einzelnen Fehlerquellen experimentell bestimmten Obergrenzen werden aufgeführt. Theoretische Abschätzungen gehen hier nicht ein.*

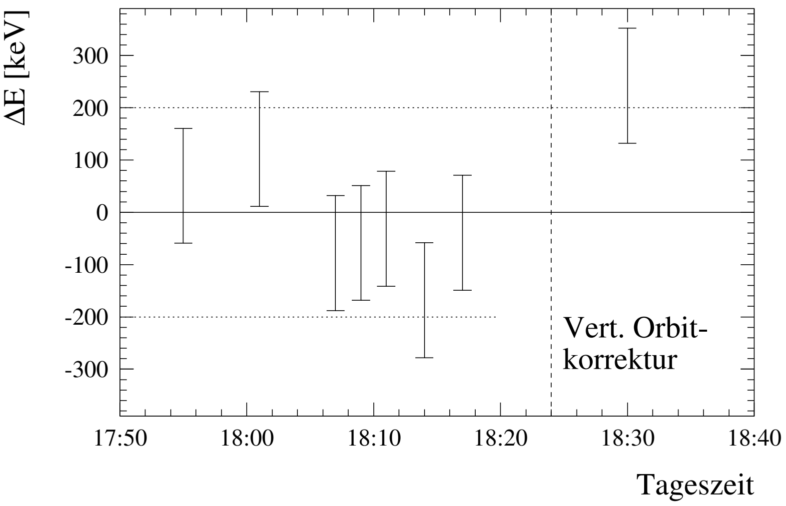


Abbildung 6.5: *Stabilität der auf den acht verschiedenen Elektronenpaketen gemessenen Strahlenergie. Für jede Messung ist der Bereich $\Delta\nu_{\mathtt{scan}}$ angegeben, in dem die Energie gefunden wurde (Balken). Die gepunktete Linien geben den erwarteten systematischen Fehler wieder.*

6.1.3 Änderung der Strahlenergie durch die Gezeitenkräfte von Sonne und Mond

Die von Sonne und Mond auf die Erde ausgeübten Gravitationskräfte nehmen bekanntlich mit dem Quadrat ihrer Abstände ab. Als Konsequenz sind die an der Erdoberfläche angreifenden Kräfte nicht uniform und es kommen kleine elastische Verformungen des Erdkörpers mit zwei täglichen Maxima zustande. Das Auftreten solcher *Gezeitenkräfte* ist allgemeiner Ausdruck der Nicht-Uniformität des Gravitationsfeldes von Sonne und Mond. Die Perioden der durch Sonne und Mond verursachten Verformungen unterscheiden sich um 49 Minuten und die Gezeitenkraft der Sonne beträgt 45% derjenigen des Mondes. Die Amplitude der Gesamtverformung ergibt sich durch Interferenz der beiden Effekte und kann abhängig von der Konstellation der drei Körper stark unterschiedlich sein. Maximale Verformungen kommen zweimal monatlich bei Neu- und Vollmond zustande, wenn Erde, Mond und Sonne ungefähr entlang einer Geraden aufgereiht sind. Zusätzliche Modulationen der Gezeitenkräfte resultieren aus der Neigung der Erdachse und der Bahnebene des Mondes gegen die Ekliptik. Ein weit vom Äquator entfernter Beobachter sieht Erdverformungen, deren zwei tägliche Maxima stark unterschiedlich sind. Das wird in Abb. 6.6 illustriert.

Durch Gezeitenkräfte verursachte, elastische Verformungen der Erde und Änderungen in der lokalen Gravitation waren in der Vergangenheit als Korrektur für astrophysikalische Beobachtungen, für die Ölsuche mit Gravitometern und die Berechnung von Satelliten-

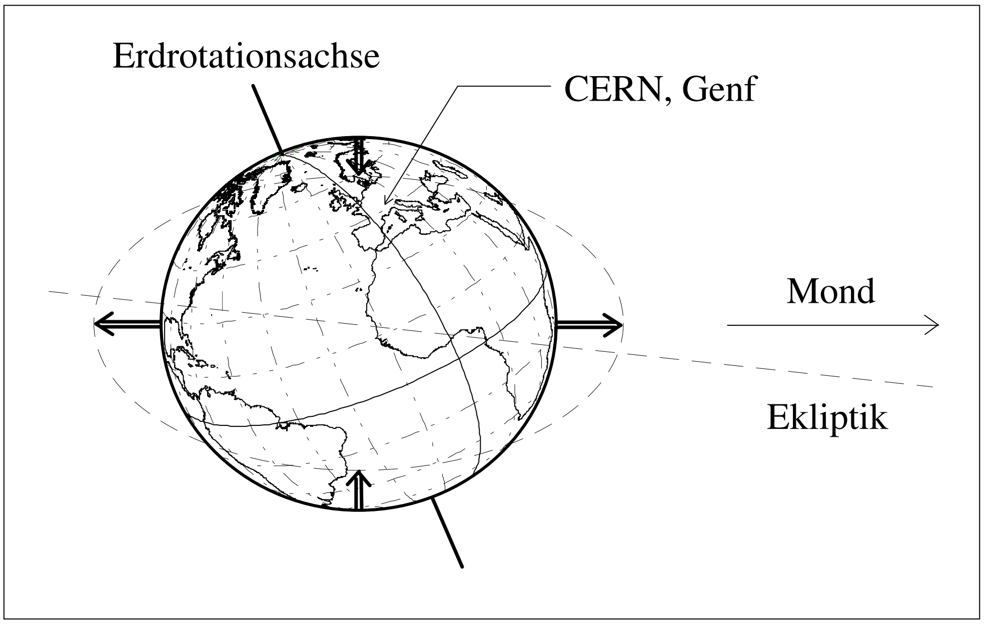


Abbildung 6.6: *Verformung der Erde durch die Gezeitenkräfte des Mondes. An einem festen Ort werden täglich zwei maximale Amplituden beobachtet, die durch die Neigung von Erdachse (23°26') und Bahnebene des Mondes (5°8') stark unterschiedlich sind.*

bahnen von Bedeutung. Durch die Realisierung stark fokussierender Speicherringe mit hohen Strahlenergien werden jedoch auch Teilchenbeschleuniger sensitiv auf lokale Änderungen der Erdoberfläche [FIS92]. Am LEP konnten die durch Gezeitenkräfte bedingten elastischen Verformungen der Erdkruste erstmals direkt in einem Beschleuniger gemessen und unverstandene Variationen in der Strahlenergie so erklärt werden.

Zeitabhängige Änderungen $\Delta g(t)$ in der lokalen Gravitation können für einen beliebigen Ort auf der Erde mit guter Genauigkeit berechnet werden. Zur Vorhersage von $\Delta g(t)$ am Ort des LEP-Speicherringes wurde ein Computerprogramm verwendet, das am "Internationalen Zentrum für Erdtiden" in Brüssel entwickelt wurde [MEL83, MEL93]. Aus den globalen elastischen Eigenschaften der Erde wird die aus $\Delta g(t)$ resultierende Dehnung der Erdoberfläche berechnet. Durch Gezeitenkräfte von Sonne und Mond wird die Erdkruste in Genf relativ um maximal $\pm 2 \cdot 10^{-8}$ gedehnt. Dadurch wird der 27 km lange Umfang C_0 des LEP-Speicherringes um maximal ± 0.5 mm variiert. Die relative Umfangsänderung $\Delta C/C_0$ ist in guter Näherung proportional zur relativen Änderung $\Delta g(t)/g_0$ der lokalen Gravitation:

$$\frac{\Delta C(t)}{C_0} = \alpha_{\mathrm{dehn}} \frac{\Delta g(t)}{g_0} \, . \tag{6.4}$$

Die Größe α_{dehn} gibt an, wie groß die Dehnung der Erdoberfläche ist, die durch die Gravitationsänderung verursacht wird ($\alpha_{\mathrm{dehn}} \approx 0.15$). Die ungestörte Gravitation wird durch g_0 bezeichnet und besitzt den Wert $g_0 = 980$ gal (1 gal = 1 cm s^{-2}). Die winzige Änderung im Umfang des LEP-Tunnels hat einen signifikanten Einfluß auf die Energie der im Speicherring umlaufenden Teilchen, die durch zwei Bedingungen bestimmt wird:

1. **Konstante Orbitlänge**: Die Umlauffrequenz f_{rev} der Teilchen ist aufgrund der longitudinalen Phasenfokussierung durch die eingestellte Radiofrequenz f_{RF} und die harmonische Zahl h fest vorgegeben:

$$f_{\mathrm{rev}} = \frac{f_{\mathrm{RF}}}{h} = \text{konstant} \, . \tag{6.5}$$

Da die Teilchengeschwindigkeit βc für Elektronen im LEP praktisch gleich der Lichtgeschwindigkeit ($1 - \beta \approx 10^{-10}$) und damit konstant ist, muß sich die Länge L des Teilchenorbits entsprechend der Umlauffrequenz einstellen:

$$L = \frac{c}{f_{\mathrm{rev}}} = h \frac{c}{f_{\mathrm{RF}}} \, . \tag{6.6}$$

Die Radiofrequenz f_{RF} ist für LEP innerhalb einer relativen Genauigkeit von 10^{-10} konstant. Da die harmonische Zahl h und die Lichtgeschwindigkeit c fest vorgegeben sind, muß die Länge des Teilchenorbits bei unveränderter Radiofrequenz konstant bleiben.

2. **Geschlossene Teilchenbahn**: $\rho(s)$ sei der Krümmungsradius der Teilchenbahn am Orte s. Damit die Teilchenbahn geschlossen ist, muß das Ringintegral von ρ über einen Umlauf im Speicherring genau 2π ergeben:

$$\oint \frac{1}{\rho(s)} \mathrm{d}s = 2\pi \, . \tag{6.7}$$

Der Krümmungsradius im Speicherring wird durch die vertikalen Magnetfelder B_y entlang des Orbits bestimmt:

$$\frac{1}{\rho(s)} = \frac{ecB_y(s)}{E_0}\,. \tag{6.8}$$

Dabei bezeichnet e die Ladung des Elektrons und E_0 die Teilchenenergie. Für den sogenannten *zentralen Orbit*, der durch die Zentren der Quadrupole geht, resultiert die Strahlablenkung nur aus den vertikalen Magnetfeldern an den Dipolen, die in diesem Fall die Strahlenergie bestimmen. Unterscheidet sich jedoch die Orbitlänge L vom Umfang C des LEP-Speicherringes (= Länge des zentralen Orbits), dann kommen an den Quadrupolen zusätzliche vertikale Magnetfelder und Strahlablenkungen zustande. Die Strahlenergie muß sich so einstellen, daß die Bedingung 6.7 weiterhin erfüllt ist.

Bei fester Radiofrequenz f_{RF} bleibt die Orbitlänge L konstant und Änderungen im Umfang des Speicherringes bewirken zusätzliche Strahlablenkungen in den Quadrupolen. Damit die Teilchenbahn geschlossen bleibt, muß die Strahlenergie E einen anderen Wert annehmen. Der "Momentum-Compaction-Faktor" α gibt an, um wieviel sich E durch die zusätzliche Ablenkung in den Quadrupolen ändert:

$$\frac{L - C(t)}{C_0} = \frac{\Delta C(t)}{C_0} = \frac{\Delta R(t)}{R_0} = \alpha \frac{\Delta E(t)}{E_0}\,. \tag{6.9}$$

Dabei bezeichnet R den mittleren Bahnradius. Der LEP-Speicherring ist "stark fokussierend". Er besteht aus "starken" Quadrupolen und relativ "schwachen" Dipolen. Dadurch werden Teilchenbahnen für unterschiedliche Energien auf einen kleinen Bereich ΔR konzentriert. Die Messung von α wurde in Abb. 6.4 gezeigt. Sein Wert ist mit $(1.860 \pm 0.020) \cdot 10^{-4}$ viel kleiner als eins. Kleine Umfangsänderungen ΔC resultieren daher in Energieänderungen ΔE, die um nahezu vier Größenordnungen verstärkt sind. Durch Kombination von Gl. 6.9 mit Gl. 6.4 kann die gezeitenbedingte relative Energieänderung als Funktion von $\Delta g(t)$ angegeben werden:

$$\frac{\Delta E(t)}{E_0} = \kappa_{\mathrm{tide}}\, \Delta g(t) \qquad \text{mit} \quad \kappa_{\mathrm{tide}} = \frac{\alpha_{\mathrm{dehn}}}{g_0 \alpha}\,. \tag{6.10}$$

In Abb. 6.7 wird die gemessene Strahlenergie im LEP als Funktion der Zeit für drei verschiedene Experimente gezeigt. Systematische Energieänderungen von bis zu ± 5 MeV sind deutlich zu erkennen. Die Messungen werden mit der erwarteten Variation verglichen, wobei für κ_{tide} der aus der globalen Elastizität der Erde und dem bekannten "Momentum-Compaction-Faktor" berechnete Wert von -0.9 ppm/μgal [MEL83] verwendet wurde. Die Übereinstimmung zwischen der erwarteten und der tatsächlich beobachteten Energievariation ist bemerkenswert. Aus den Messungen ergibt sich κ_{tide} in exzellenter Übereinstimmung mit dem berechneten Wert zu (-0.86 ± 0.08) ppm/μgal. Da κ_{tide} mit der globalen Elastizität der Erde berechnet wurde, ist das Ausmaß der Übereinstimmung überraschend. Es wurde durchaus erwartet, daß lokale Eigenheiten im Genfer Raum zu signifikanten Abweichungen führen.

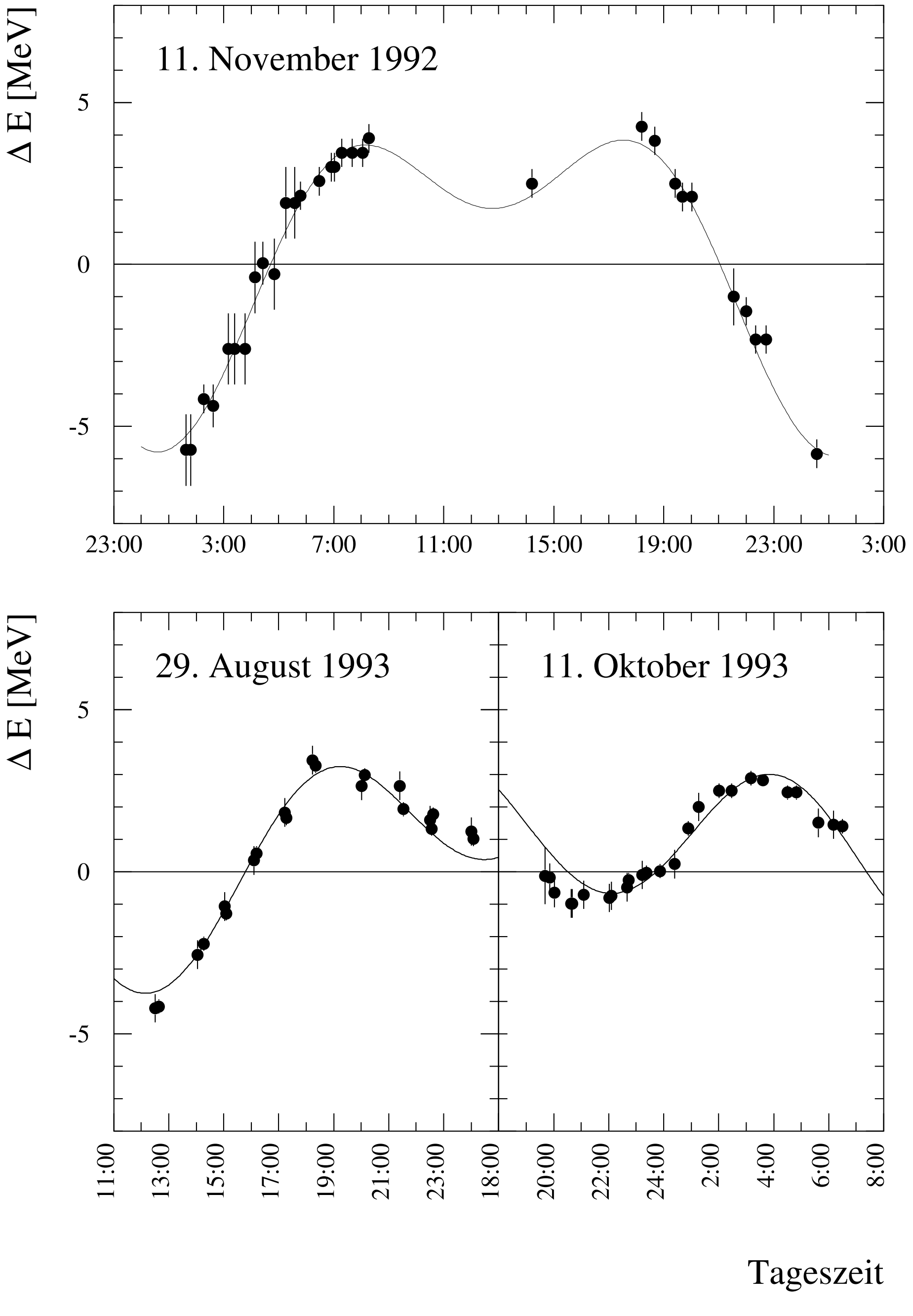


Abbildung 6.7: *Die mit resonanter Spinvektordrehung gemessene Variation ΔE der Strahlenergie im LEP wird als Funktion der Zeit gezeigt. Die Gezeitenkräfte von Sonne und Mond führen zu Änderungen von bis zu ± 5 MeV in der Strahlenergie. Die durchgezogene Linie zeigt die erwartete Variation, die aus der globalen Elastizität der Erde berechnet wird. Die Messung am 11.November 1992 wurde bei Vollmond, die Messung am 11.Oktober 1993 bei Halbmond durchgeführt.*

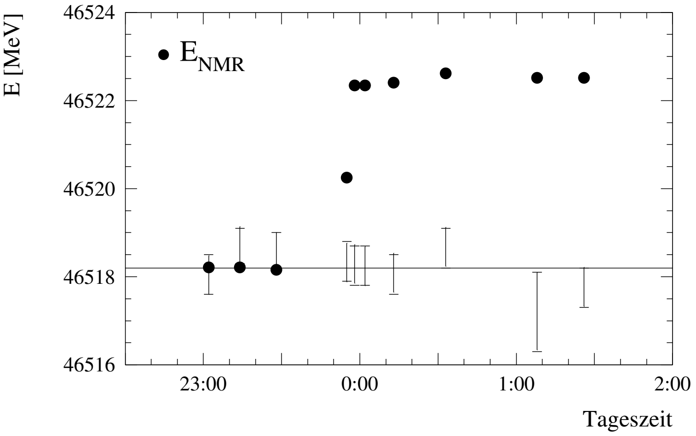


Abbildung 6.8: *Die gemessene Strahlenergie E (Balken) als Funktion der Zeit. Die Linie gibt den Mittelwert der Messungen an. Während E laut der Messung mit resonanter Spinvektordrehung konstant blieb, wurde ein Sprung in der gemessenen Magnetfeldstärke B_{ref} des Referenzdipols beobachtet. B_{ref} wurde unter der Annahme, daß die NMR-Messung repräsentativ für alle LEP-Dipole ist, in eine erwartete Strahlenergie E_{NMR} umgerechnet.*

Die gemessenen Energieänderungen demonstrieren den Einfluß der Gezeitenkräfte von Sonne und Mond auf die LEP-Strahlenergie. Bei einer angestrebten Genauigkeit der Energiekalibration am LEP von etwa 1 MeV stellen sie einen wichtigen Effekt dar, der jedoch mit sehr guter Genauigkeit korrigiert werden kann. Die Stabilität der gemessenen Strahlenergie in Abb. 6.7 unterstreicht die Konstanz der elektromagnetischen Felder und die Genauigkeit der Energiekalibration mit resonanter Spinvektordrehung im LEP.

6.1.4 Extrapolation der Strahlenergie in kalibrierten Füllungen

Messungen der Strahlenergie mit resonanter Spinvektordrehung werden am LEP im Anschluß an die Produktion der Z-Bosonen durchgeführt. Entscheidend für die Analyse der gemessenen Z-Bosonen ist jedoch die zum Zeitpunkt der Z-Produktion wirksame Schwerpunktsenergie. Daher muß die gemessene Strahlenergie für die kalibrierte Füllung zurückextrapoliert werden. Dabei müssen Korrekturen für verschiedene Effekte berücksichtigt werden. Die im folgenden beschriebenen Korrekturen wurden in der Arbeitsgruppe zur Energiekalibration am LEP erarbeitet:

1. **Maschineneinstellung**: Die Energiekalibrationen wurden 1993 mit einer gegenüber dem Standardbetrieb leicht veränderten Maschineneinstellung durchgeführt. Änderungen der Q-Werte waren notwendig, um transversale Strahlpolarisation zu ermöglichen (vergleiche Abschnitt 5.1.4). Innerhalb von ± 0.6 MeV wurde erwartungsgemäß keinerlei Abhängigkeit der Strahlenergie von den Q-Werte beobachtet. Zur Polarisationsmessung muß die Überlappregion zwischen Lichtpuls und Teilchenpaket optimiert werden. Dazu werden Beulen im horizontalen Gleichgewichtsorbit eingesetzt, die im Gegensatz zu vertikalen Orbitbeulen die Strahlenergie direkt ändern können. Erwartete Änderungen der Strahlenergie sind sehr klein und wurden innerhalb von ± 0.44 MeV nicht beobachtet. Korrekturen der gemessenen Energien

auf die gegenüber dem Standardbetrieb geänderten Maschineneinstellungen sind nicht notwendig.

2. **Änderungen der Radiofrequenz $f_{\mathbf{RF}}$**: Verschiedene Einstellungen der Radiofrequenz f_{RF} ändern die Länge des Gleichgewichtsorbits und damit die Strahlenergie. Die Änderung der Strahlenergie wird durch den "Momentum-Compaction-Faktor" α bestimmt, dessen Messung in Abb. 6.4 gezeigt wurde. Aus dem eingestellten Wert von f_{RF} können die Änderungen der Strahlenergie mit einer relativen Genauigkeit von 1% berechnet werden.

3. **Änderungen des LEP-Umfangs durch Gezeitenkräfte**: Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, daß die Gezeitenkräfte von Sonne und Mond die Strahlenergie im LEP um bis zu ± 5 MeV ändern können. Diese Variationen werden durch Modelle der lokalen Gravitationsänderung mit einer relativen Genauigkeit von besser als 10% vorhergesagt und werden für die Extrapolation der Strahlenergie berücksichtigt.

4. **Änderung des Magnetfeldes durch Temperaturänderungen**: Die Magnetfeldstärke der Dipolmagnete hängt von der Temperatur T der Magnetspulen ab. Durch Temperaturänderungen ΔT ändert sich das totale Ablenkmagnetfeld im LEP und als Resultat stellt sich eine um ΔE geänderte Strahlenergie ein. Mit dem Temperaturkoeffizienten α_T gilt:

$$\Delta E/E = \alpha_T \cdot \Delta T\ . \tag{6.11}$$

Die Magnettemperatur wird für 32 der 3300 Dipole gemessen. Um die tatsächliche mittlere Magnettemperatur möglichst gut zu repräsentieren, wurden die zur Messung ausgewählten Dipole dabei gleichmäßig in den Kreisbögen verteilt. Der mittlere Temperaturkoeffizient α_T der LEP-Dipole wurde experimentell zu $\alpha_T = (1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{-4}/°\mathrm{C}$ bestimmt [ARN94]. Da T während des Standardbetriebes immer ansteigt, werden die Energiekalibrationen bei einer systematisch höheren Magnettemperatur durchgeführt. Die resultierende systematische Verschiebung der Strahlenergie muß mit der in regelmäßigen Abständen gemessenen und aufgezeichneten Temperatur korrigiert werden. Die relative Genauigkeit der Korrektur beträgt 30%.

5. **Messung des Magnetfeldes**: Im Prinzip wird die Magnetfeldstärke der LEP-Dipole in einem temperaturstabilisierten Referenzmagneten kontinuierlich gemessen. Der Referenzmagnet befindet sich außerhalb des LEP-Tunnels und ist in Serie mit den LEP-Dipolen geschaltet. Ein NMR-Meßgerät im Referenzmagneten mißt die Magnetfeldstärke mit einer Genauigkeit, der eine Energieänderung von 0.1 MeV entspricht. Insbesondere ermöglicht die NMR-Messung die Beobachtung der Magnethysterese. Während der Datennahme 1993 wurden wiederholt Sprünge in der mit dem NMR-Gerät gemessenen Magnetfeldstärke beobachtet, die Änderungen von bis zu 5 MeV in der Strahlenergie entsprachen. Da der mit langer Integrationszeit gemessene Strom in den Dipolen konstant war, werden die Sprünge mit schnellen Stromspitzen erklärt, nach denen das Magnetfeld aufgrund von Hysterese nicht mehr seinen alten Wert annimmt. Abb. 6.8 zeigt ein Experiment, in dem eine solche Stromspitze künstlich erzeugt wurde. Die Tatsache, daß die gemessene

Korrekturgröße	Koeffizient	Referenzwert
Radiofrequenz $f_{\rm RF}$	$\alpha = (1.860 \pm 0.020) \cdot 10^{-4}$	$352\,254\,170$ Hz
Umfangsänderungen	$\kappa_{\rm tide} = (-8.5 \pm 0.8) \cdot 10^{-7}$ [1/μgal]	0 μgal
Dipoltemperatur	$\alpha_T = (1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{-4}$ [1/°C]	24°C
Quadrupolstrom-Kompensation	$C_{QF/D} = (4.2 \pm 2.0) \cdot 10^{-2}$ [MeV/A]	32 A bei 44.7 GeV 33 A bei 46.5 GeV

Tabelle 6.3: *Übersicht der zur Extrapolation der im LEP gemessenen Strahlenergie verwendeten Korrekturen. Der Vergleich zwischen verschiedenen Füllungen wird dadurch ermöglicht, daß die gemessenen Strahlenergien auf eine gemeinsame Referenz korrigiert werden. Die Quadrupolstrom-Kompensation wird im nächsten Abschnitt erläutert.*

Strahlenergie nicht dem von der NMR-Messung erwarteten Verlauf folgte, zeigt, daß das im Referenzmagneten gemessene Magnetfeld nicht immer repräsentativ für das Magnetfeld in den LEP-Dipolen ist. Zur Extrapolation der Strahlenergie werden daher im allgemeinen keine NMR-Messungen verwendet. Da, abgesehen von den Sprüngen, die Variationen in den Messungen klein sind, ist der Verlust an Information gering und der zusätzliche Fehler auf der interpolierten Strahlenergie bleibt klein. Um mit absoluter Gewißheit auszuschließen, daß die 1993 beobachteten Sprünge für die Extrapolation der Strahlenergie relevant sind, sind für 1994 weitere Experimente geplant.

In Tabelle 6.3 wird eine Übersicht der verwendeten Korrekturen gegeben. Unter der Annahme, daß das Modell alle Änderungen der Strahlenergie berücksichtigt, erwartet man, daß bei mehreren Messungen in derselben Füllung die korrigierte Strahlenergie $E_{\rm corr}$ innerhalb der Meßfehler konstant ist. Das wird anhand der experimentellen Daten überprüft, indem die Variation der gemessenen Strahlenergie innerhalb einer einzelnen Füllung untersucht wird. Dabei werden Zeiträume von 15 Minuten bis 12 Stunden betrachtet, innerhalb derer aus allen Messungen die mittlere korrigierte Strahlenergie $E_{\rm av}$ bestimmt wird. Als Beobachtungsgröße wird die auf die halbe Meßauflösung $\sigma_E = 1/2 \cdot (\Delta\nu_{\rm scan} \cdot 440.6$ MeV) normierte Differenz zwischen $E_{\rm corr}$ und $E_{\rm av}$ definiert:

$$\delta_E = (E_{\rm corr} - E_{\rm av})/\sigma_E \; . \tag{6.12}$$

Für ein ideales Extrapolationsmodell und eine unendliche Anzahl unvoreingenommener Messungen wird eine flache Verteilung von δ_E zwischen -1 und 1 erwartet. Die aus den Messungen bestimmte Verteilung der δ_E wird in Abb. 6.9 gezeigt und mit der idealen Rechteckverteilung verglichen. Die Abweichungen von der erwarteten Verteilung werden durch systematische Meßfehler, Fehler auf den Korrekturen und unberücksichtigte Variationen der Strahlenergie erklärt. Außerdem kann die Energiemessung nur in eingeschränktem Umfang als unvoreingenommen angenommen werden, da in der Regel die aus

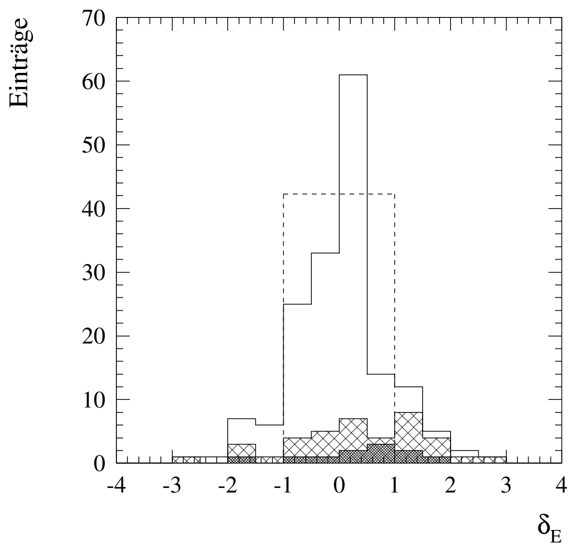


Abbildung 6.9: *Für ein ideales Extrapolationsmodell und eine unendliche Anzahl unvoreingenommener Messungen sollte die in Gl. 6.12 definierte Beobachtungsgröße δ_E eine Rechteckverteilung (unterbrochene Linie) ergeben. Die verschieden markierten Einträge beziehen sich auf Messungen mit unterschiedlichen $\Delta\nu_{\mathtt{scan}}$. Unvermeidbare Fehler im Extrapolationsmodell und die Kentnis der zuvor gemessenen Strahlenergie führen zu systematischen Abweichungen von der Rechteckverteilung. Die gemessene Verteilung nimmt die Form einer Gaußverteilung an.*

vorherigen Messungen extrapolierte Strahlenergie bekannt ist. In der Praxis wird daher eine ungefähre Normalverteilung der δ_E erwartet.

Durch Vergleich der experimentell bestimmten Standardabweichung von 0.84 mit dem für eine Rechteckverteilung erwarteten Wert von 0.57 ergibt sich eine zusätzliche Variation von 0.6 in δ_E. Mit der Standardauflösung von $\Delta\nu_{\text{scan}} = 0.002$ ist $\sigma_E = 440$ keV und es resultiert eine systematische Variation in der gemessenen Strahlenergie von 260 keV. Nach Berücksichtigung des erwarteten Meßfehlers von 200 keV bleiben Variationen von etwa 170 keV unerklärt. Dieser Beitrag wird Unsicherheiten im Extrapolationsmodell zugeschrieben. Bei einer angestrebten Genauigkeit von etwa 1 MeV berücksichtigt das verwendete Modell der Energievariationen alle wichtigen Effekte jedoch mit ausreichender Genauigkeit.

Nur in einem Fall wurden 1993 unerklärte signifikante Änderungen in der gemessenen Strahlenergie beobachtet. Nach einer mehrwöchigen Unterbrechung des Beschleunigerbetriebes wurde die erste stabile Füllung im LEP für ein spezielles Polarisationsexperiment verwendet. Ziel des Experimentes war es, die Strahlenergie als Funktion der Dipoltemperatur beim Aufheizen der Magnete zu messen. Dabei wurden zwei unerklärte Sprünge um 2 MeV und 1.3 MeV in der Strahlenergie beobachtet. Diese Änderungen werden unverstandenen Vorgängen beim Aufheizen des Beschleunigers zugeschrieben. Es wird angenommen, daß sie keine Signifikanz für den normalen Beschleunigerbetrieb haben.

6.1.5 Interpolation der Strahlenergie zwischen kalibrierten Füllungen

Füllungen mit resonanter Messung der Spinpräzessionsfrequenz, aus der die mittlere Strahlenergie genau bestimmt wird, werden als *kalibrierte Füllungen* bezeichnet. Für solche Füllungen wird aus allen vorhandenen Energiemessungen die mittlere Strahlenergie bestimmt, die auf die in Tabelle 6.3 angegebene Referenz korrigiert wird. Dabei

Fehlerquelle	δM_Z (MeV)	$\delta\Gamma_Z$ (MeV)
Systematischer Fehler der absoluten Energieskala	0.35	0.5
Korrekturen auf Referenzeinstellung	0.3	0.3
Unsicherheit bezüglich der NMR-Messung	1.4	0.2
Unterschiedliche Elektronen- und Positronenenergien	1.7	1.4
Interpolationsmodell	3.5	2.4
Totaler Fehler	4	3

Tabelle 6.4: *Übersicht über Fehlerquellen und ihren Beitrag zur Unsicherheit auf der Masse und Zerfallsbreite des Z-Bosons [ECAL93]. Die Ergebnisse sind vorläufig und signifikante Verbesserungen werden erwartet.*

wird eine zusätzliche Korrektur auf unterschiedliche Ströme in den fokussierenden und defokussierenden Quadrupolen durchgeführt [COL93, ARN94].

Für 1993 entfallen rund ein Drittel der bei 44.7 GeV und 46.5 GeV gemessenen Z-Ereignisse auf kalibrierte Füllungen, in denen die Strahlenergie mit den zuvor beschriebenen Korrekturen extrapoliert werden kann. Für einen kleinen statistischen Fehler auf Γ_Z müssen jedoch die unkalibrierten Füllungen berücksichtigt werden. Ursprünglich wurde erwartet, daß die korrigierte Strahlenergie über das gesamte Jahr innerhalb weniger MeV konstant bleibt. In diesem Fall kann eine für das gesamte Jahr gültige mittlere Strahlenergie angegeben werden.

Die während des Jahres 1993 im LEP mit der Methode der resonanten Spinvektordrehung gemessene Strahlenergie wird in Abb. 6.10 gezeigt. Entgegen der Erwartung wurden Variationen in der Strahlenergie um bis zu 20 MeV beobachtet. Die Analyse des gemessenen, energieabhängigen Wechselwirkungsquerschnittes für Z-Zerfälle bestätigte die Größenordnung der beobachteten Änderung. Die systematische Variation der Strahlenergie macht eine Interpolation zwischen den Meßpunkten notwendig, um den unkalibrierten Füllungen eine Strahlenergie zuweisen zu können. Zur vorläufigen Analyse der 1993 genommenen Daten wurde zwischen den am Ende der Z-Produktion gemessenen Strahlenergien linear interpoliert. Da die gemessenen Variationen für 44.7 GeV und 46.5 GeV etwas unterschiedlich sind, wurden beide Energien separat interpoliert. Die Analyse der gemessenen Strahlenergie war und ist Gegenstand detaillierter Studien in der Arbeitsgruppe für die Energiekalibration am LEP. Aus der vorläufigen Analyse der 1993 am LEP gemessenen Strahlenergie ergaben sich die die folgenden systematischen Fehler für die Masse und die Zerfallsbreite des Z-Bosons:

$$\delta M_Z^{\text{syst}} = 4\ \text{MeV} \qquad \text{und} \qquad \delta\Gamma_Z^{\text{syst}} = 3\ \text{MeV}\,. \tag{6.13}$$

Eine Zusammenfassung der relevanten Fehlerquellen und ihrer Beiträge zum Gesamtfehler wird in Tabelle 6.4 gegeben. Neben dem Fehler, der aus der Wahl des Interpolationsmodells resultiert, ergibt sich ein wichtiger Fehler aus der Unsicherheit in der

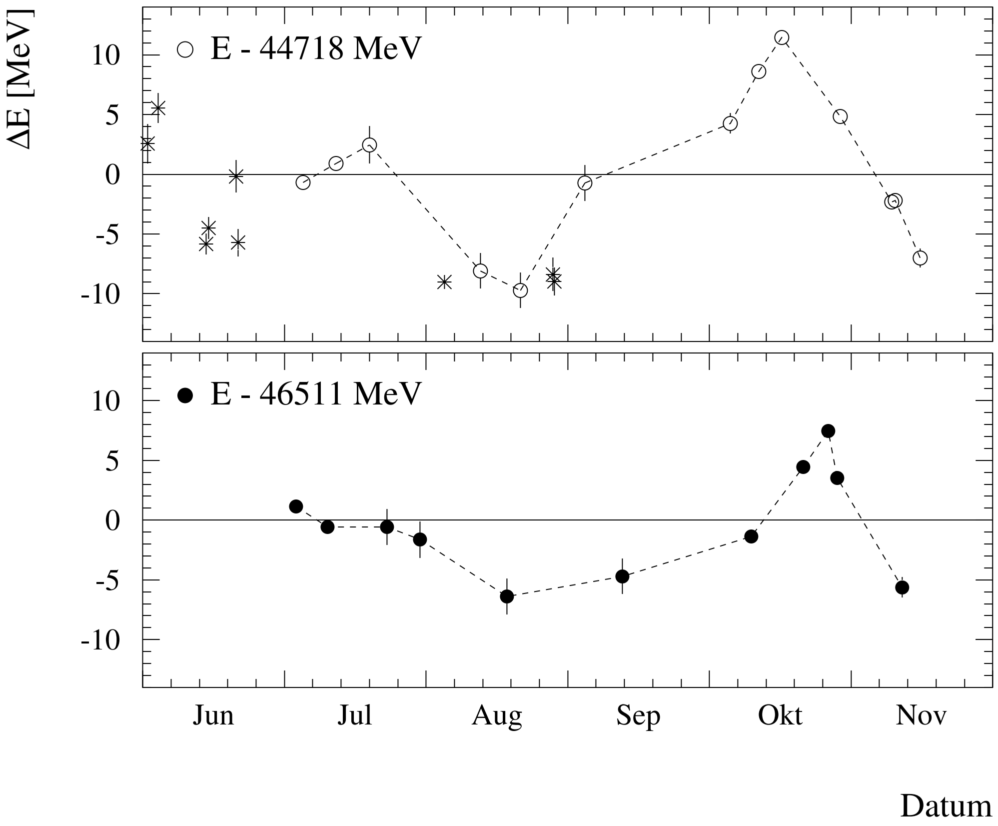


Abbildung 6.10: *Die im LEP mit resonanter Spinvektordrehung gemessene Strahlenergie E als Funktion der Zeit für das Jahr 1993. Für jede kalibrierte Füllung wird der Mittelwert aller Energiemessungen angegeben. Der gezeigte Fehler wird durch die Korrektur auf die Referenzeinstellung dominiert. Entgegen der Erwartung wurden Änderungen der Strahlenergie um bis zu 20 MeV beobachtet. Für unkalibrierte Füllungen muß daher zwischen den Meßpunkten interpoliert werden. In der vorläufigen Analyse der 1993 genommenen Daten wurden beide Strahlenergien linear interpoliert und ausschließlich Meßpunkte berücksichtigt, die im unmittelbaren Anschluß an die Produktion der Z-Bosonen bestimmt wurden (unterbrochene Linie). Die Energiemessungen in Polarisationsexperimenten sind durch Sternchen gekennzeichnet. Die Datennahme zur Messung der Zerfallsbreite des Z-Bosons wurde ab Anfang Juli durchgeführt.*

Datenmenge	M_{Z} [GeV]	Γ_{Z} [MeV]
1989-90	$91.175 \pm 0.005 \pm 0.0200$	2487 ± 9
1989-92	$91.187 \pm 0.0035 \pm 0.0063$	2489 ± 7
1989-93	-	$2497.1 \pm 2.7 \pm 2.7$
1993	$91.1899 \pm 0.0017 \pm 0.0040$	-

Tabelle 6.5: *LEP-Ergebnisse für die Masse M_{Z} und die Zerfallsbreite Γ_{Z} des Z-Bosons [CLA94]. Es werden die kombinierten Resultate der vier LEP-Experimente angegeben. Die Fehler sind in einen experimentellen Fehler und einen aus der Unsicherheit in der LEP-Strahlenergie resultierenden Fehler aufgeteilt. Durch die erste Energiekalibration mit resonanter Spinvektordrehung konnte der Fehler auf M_{Z} im Jahre 1991 von 20 MeV auf 7 MeV reduziert werden [ARN93]. Die häufige und präzise Messung der Strahlenergie im Jahre 1993 erbrachte einen weiteren, signifikanten Fortschritt in der Kenntnis von M_{Z} und Γ_{Z}. Die Ergebnisse für 1993 sind vorläufig, und deutliche Verbesserungen werden erwartet.*

Kenntnis der Positronenenergie. Die Strahlenergie wurde im Jahre 1993 mit einer Ausnahme immer am Elektronenstrahl gemessen. Zwar sollten im idealen Speicherring die mittleren Strahlenergien von Elektronen und Positronen übereinstimmen, im unvollkommenen LEP-Speicherring mit elektrostatischen Separatoren sind aber kleine Unterschiede denkbar. Indem kurz hintereinander die Energien des Elektronen- und Positronenstrahls mit resonanter Spinvektordrehung gemessen wurden, konnte die absolute Differenz zwischen Elektronen- und Positronenenergie in einem ersten Experiment in einem Bereich von 0.5 MeV bis 3.2 MeV eingegrenzt werden. Um die Genauigkeit zu erhöhen und systematische Fehler auszuschließen, soll diese erste Messung 1994 wiederholt werden.

6.1.6 Vorläufige Ergebnisse für M_{Z} und Γ_{Z}

Die Kenntnis der Strahlenergie als Funktion der Zeit erlaubt die Analyse der gemessenen Z-Zerfälle in den vier LEP-Experimenten ALEPH, DELPHI, OPAL und L3. Mit den vorläufigen Ergebnissen für die Schwerpunktsenergie im Jahre 1993 wurden die Masse und die Zerfallsbreite des Z-Bosons bestimmt [CLA94]. In Tabelle 6.5 werden die für alle vier LEP-Experimente kombinierten Ergebnisse angegeben. Die in ALEPH gemessene Form der Z-Resonanz wird in Abb. 6.11 gezeigt.

Durch die erstmalige Kalibration der Strahlenergie im LEP mit resonanter Spinvektordrehung im Jahre 1991 konnte der Fehler auf der Z-Masse von 21 MeV auf etwa 7 MeV reduziert werden [ARN93]. Die regelmäßige und präzise Messung der Strahlenergie 1993 erbrachte einen weiteren signifikanten Fortschritt in der Kenntnis der Masse und Zerfallsbreite des Z-Bosons. Die verbleibende Unsicherheit in der LEP-Strahlenergie dominiert den Fehler auf M_{Z} und stellt weiterhin einen wichtigen Beitrag zum Fehler auf Γ_{Z} dar. Die erreichte Präzision in der Messung von Γ_{Z} ermöglicht beispielsweise eine genaue

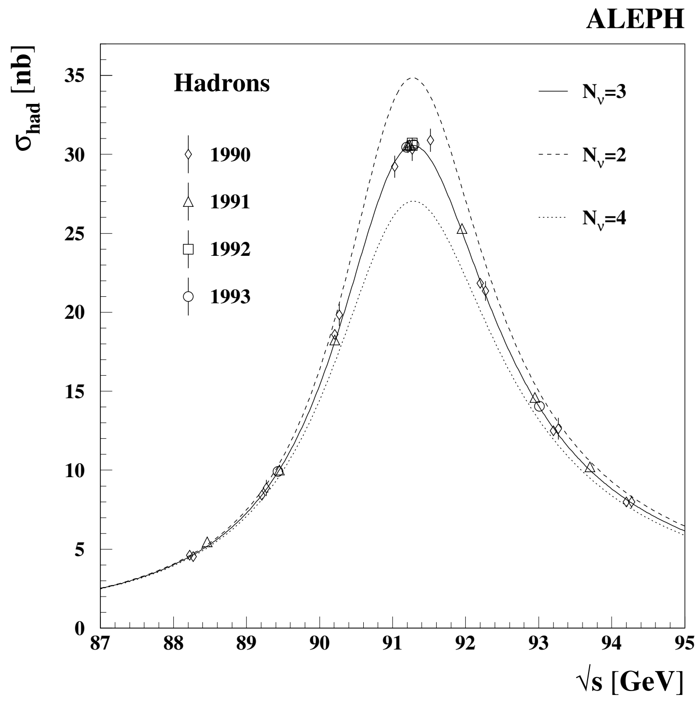


Abbildung 6.11: *Wirkungsquerschnitt σ_{had} für $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow$ Hadronen als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s} = 2E$ für ALEPH-Daten. Die vorläufigen Resultate für 1993 sind berücksichtigt. Durch Energiekalibration mit resonanter Spinvektordrehung wird die Energieskala bestimmt, während in den Experimenten der Wirkungsquerschnitt gemessen wird. Eine Breit-Wigner-Anpassung an die Z-Resonanz erlaubt unter anderem die Bestimmung von Masse und Zerfallsbreite des Z-Bosons und die Berechnung der Anzahl N_ν der Neutrino-Familien. Aus [QUA94].*

Vorhersage der Masse des Top-Quarks innerhalb des Standardmodells [CLA94]:

$$M_{\mathrm{t}} = (172^{+16}_{-18} \pm 19)\ \mathrm{GeV}\,. \qquad (6.14)$$

Ausgehend von einer einzelnen Messung, erlaubt die 1993 am LEP bestimmte Zerfallsbreite des Z-Bosons damit zur Zeit die genaueste, indirekte Eingrenzung der Masse des Top-Quarks.

6.1.7 Weitere Verbesserungen

Durch die endgültige Analyse der LEP-Strahlenergie wird eine weitere Verbesserung in der Kenntnis von Masse und Zerfallsbreite des Z-Bosons erwartet, da inzwischen eine wichtige Ursache für die Variation der Strahlenergie verstanden ist. In Abschnitt 6.1.3 wurde erklärt, daß Änderungen im LEP-Umfang in den Kreisbögen eine horizontale Ablage des Teilchenstrahls von den Zentren der Quadrupole verursachen. Dadurch wird die Strahlenergie geändert. Da an den Quadrupolen Strahlpositionsmonitore installiert sind, kann die mittlere horizontale Strahlablage x_{ARC} in den Kreisbögen des LEP-Speicherringes mit guter Genauigkeit gemessen werden [JAC92]. Über die bekannte horizontale Dispersion D_x in den Kreisbögen ergibt sich die erwartete Änderung der Strahlenergie zu:

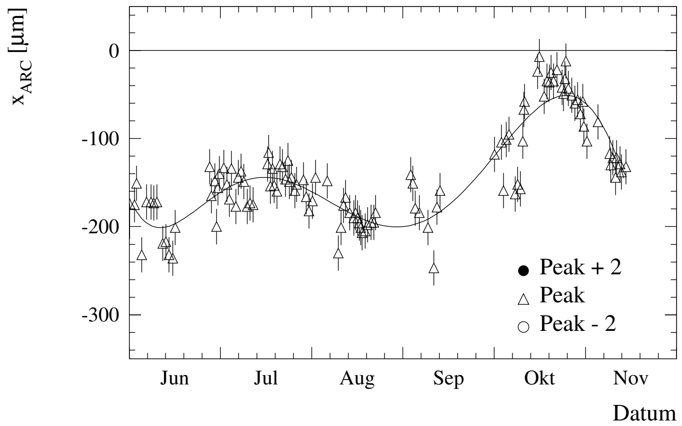


Abbildung 6.12: *Die an den Strahlpositionsmonitoren in den Kreisbögen gemessene, mittlere Orbitablage $x_{\mathbf{ARC}}$ wird als Funktion der Zeit im Jahre 1993 gezeigt. An die Meßdaten wurde ein Polynom sechster Ordnung angepaßt. Daten aus [WEN94a].*

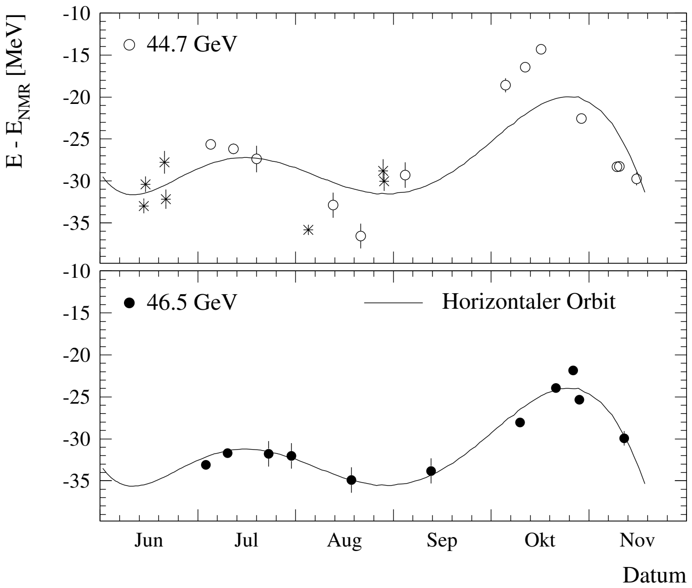


Abbildung 6.13: *Vergleich zwischen der auf Magnetfeldänderungen korrigierten Strahlenergie $E - E_{\mathbf{NMR}}$ und der aus dem horizontalen Orbit erwarteten Variation. Die gemessenen Variationen der Strahlenergie können zum großen Teil durch Umfangsänderungen des LEP-Speicherringes (horizontaler Orbit) und Magnetfeldänderungen (NMR) erklärt werden. Die zusätzlichen Variationen bei 44.7 GeV sind unverstanden.*

$$\Delta E/E_0 = x_{\mathrm{ARC}}/D_x \approx x_{\mathrm{ARC}}/57\ \mathrm{cm}\,. \tag{6.15}$$

Bei 45.6 GeV resultiert aus einer mittleren Änderung von etwa 13 μm im horizontalen Orbit eine Änderung der Strahlenergie von 1 MeV. Die Analyse des horizontalen Orbits im Jahre 1993 wurde in [WEN94a] durchgeführt. Die Resultate werden in Abb. 6.12 gezeigt. Es wird eine deutliche Variation von x_{ARC} über das Jahr hinweg beobachtet. Zur Bestimmung der langsamen Komponente in der Änderung wurde ein Polynom sechster Ordnung angepaßt. Die Ursache für die so beobachteten Umfangsänderungen im LEP ist nicht eindeutig geklärt, es wurden aber Korrelationen mit der Niederschlagsmenge im Genfer Raum festgestellt.

Die Variation der LEP-Strahlenergie wird in Abb. 6.13 mit dem aus dem horizontalen Orbit erwarteten Verlauf verglichen. Die dort gezeigte Strahlenergie $E - E_{\mathrm{NMR}}$ wurde auf Magnetfeldänderungen, die mit dem NMR-Meßgerät im Referenzmagneten gemessen wurden, korrigiert. Die Variationen der Strahlenergie bei 46.5 GeV können nahezu vollständig durch Umfangsänderungen (horizontaler Orbit) und Magnetfeldänderungen (NMR) erklärt werden. Dagegen werden die Messungen bei 44.7 GeV nur teilweise erklärt. In Abb. 6.13 wird nur eine der möglichen Interpretationen der Daten gezeigt. Die endgültige Analyse kann sich davon unterscheiden. In jedem Fall wird der vorläufige Fehler in Tabelle 6.4, der aus der Wahl des Interpolationsmodells resultierte, durch die unabhängige Messung der Umfangsänderungen deutlich reduziert. Die zusätzliche Information, die aus dem gemessenen Gleichgewichtsorbit erhalten wird, ermöglicht insbesondere die unabhängige Bestimmung der Strahlenergie zwischen regulären Energiekalibrationen. Der verbleibende Fehler wird durch die Unsicherheit bezüglich der NMR-Messung und der Gleichheit von Elektronen- und Positronenenergien dominiert. Um diese Beiträge zum Gesamtfehler weiter zu reduzieren, sind für das Jahr 1994 zusätzliche Experimente geplant.

Aufgrund der 1993 erzielten Fortschritte in der Polarisationsoptimierung könnte LEP in zukünftigen Meßperioden während der Z-Produktion mit transversal polarisierten Teilchenstrahlen betrieben werden. Die Schwerpunktsenergie könnte dann nahezu kontinuierlich gemessen und die Masse und Zerfallsbreite des Z-Bosons nochmals präziser bestimmt werden.

6.2 Messung des elektroschwachen Mischungswinkels im LEP1

Der elektroschwache Mischungswinkel $\sin^2\theta_w^{\mathrm{eff}}$ ist ebenso wie die Masse des Z-Bosons eine fundamentale Größe in der Standardtheorie der elektroschwachen Wechselwirkung. $\sin^2\theta_w^{\mathrm{eff}}$ wurde am LEP mit unpolarisierten Strahlen zu

$$\sin^2\theta_w^{\mathrm{eff}} = 0.2322 \pm 0.0005 \tag{6.16}$$

bestimmt [PIE94]. Diesem vorläufigen Ergebnis liegen alle 7.4 Millionen am LEP bis Ende 1993 gemessenen Z-Ereignisse zugrunde. Der kleine Fehler wurde durch die Kombination von mehr als 25 verschiedenen Messungen erreicht.

Die Genauigkeit, mit der der elektroschwache Mischungswinkel bestimmt werden kann, kann durch den Einsatz longitudinal polarisierter Teilchenstrahlen deutlich erhöht werden [ALE88, BLO93, MAR94, SWA88]. So konnte $\sin^2\theta_w^{\mathrm{eff}}$ 1993 am SLD-Experiment mit longitudinal polarisierten Teilchenstrahlen aus nur rund 50 000 gemessenen Z-Zerfällen zu

$$\sin^2\theta_w^{\mathrm{eff}} = 0.2292 \pm 0.0009\,(\mathrm{stat}) \pm 0.0004\,(\mathrm{syst}) \tag{6.17}$$

bestimmt werden [ABE94]. Die mit der Luminosität gewichtete, mittlere longitudinale Polarisation betrug für diese Messung $(63\pm1.1)\%$. Zwischen dem LEP- und dem SLD-Resultat ergibt sich eine Differenz von etwa 2.5 Standardabweichungen.

Der hohe transversale Polarisationsgrad von 57%, der 1993 im LEP etabliert werden konnte, eröffnet für LEP ebenfalls die Möglichkeit, Z-Bosonen mit longitudinal polarisierten Teilchenstrahlen zu produzieren. Dazu muß der Polarisationsvektor mittels spezieller Spinrotatoren an den Wechselwirkungspunkten in die longitudinale Richtung gedreht werden. In den Kreisbögen bleibt der Polarisationsvektor dabei unverändert. Die Möglichkeit, LEP mit longitudinal polarisierten Strahlen zu betreiben, war schon in der Konzeption des Speicherringes vorgesehen. Ausführliche Beschreibungen finden sich bei [ALE88] und [BLO93]. Nach dem vielfach unerwarteten Erfolg in der Optimierung der transversalen Polarisation wurde diese Option erneut studiert [DEH94a, GRO94], und es wurde ein Vorschlag für ein Testexperiment mit longitudinal polarisierten Strahlen im LEP erarbeitet [ALE94]. Gegenüber SLD weist LEP einige Vorteile in der Messung der Strahlpolarisation auf. Die Bestimmung von $\sin^2 \theta_w^{\text{eff}}$ ist am LEP mit einer Genauigkeit von ± 0.0001 möglich. Experimentell müssen 1994 am LEP allerdings noch mögliche depolarisierende Effekte durch die Strahl-Strahl-Wechselwirkung genau studiert werden.

6.3 Massenbestimmung des W-Bosons im LEP2

Die präzise Messung der Masse des W-Bosons wird eine der wichtigsten Aufgaben am LEP2 sein. Die Anforderungen an die Präzison in der Energiekalibration sind weit geringer als beim LEP1, da der Wirkungsquerschnitt klein ist und somit nur wenige W-Bosonen erzeugt werden. Eine Genauigkeit von etwa 20 MeV wird als ausreichend angesehen, kann allerdings nicht leicht mit existierenden Methoden erreicht werden [WEN94b]. Da die absolute Energiestreuung der Teilchen quadratisch mit der Strahlenergie anwächst, wird für höhere Strahlenergien starke Depolarisation durch Energiestreuung erwartet (vergleiche Abschnitt 5.4.1). Aufgrund theoretischer Abschätzungen und der Messungen mit den Dämpfungswigglern wird im LEP keine signifikante Strahlpolarisation oberhalb von 65 GeV erwartet, so daß die Strahlenergie bei 90 GeV nicht durch resonante Spinvektordrehung gemessen werden könnte [ASS94a]. Messungen bei 60 GeV, die dann extrapoliert werden können, erscheinen jedoch möglich.

Eine gewisse Vorsicht in der Vorhersage des im LEP2 erreichbaren Polarisationsgrades ist jedoch geboten, da die Dämpfungswiggler zwar eine größere Energiestreuung erzeugen, jedoch nicht den vollen Einfluß der höheren Strahlenergie reproduzieren können. Es sind die Details der Synchrotronstrahlung, die sowohl für polarisierende als auch depolarisierende Effekte verantwortlich sind. Die im LEP erreichbare Strahlpolarisation sollte daher bei höheren Strahlenergien explizit gemessen werden.

Kapitel 7

Zusammenfassung

Als wichtigstes Ergebnis der vorliegenden Arbeit ist die Erhöhung des transversalen Polarisationsgrades im LEP von unter 16% auf 57% $\pm$ 3% hervorzuheben. Dieses Ergebnis wurde durch die Entwicklung einer Methode erreicht, in der die Anregungen der stärksten Spinresonanzen direkt gemessen werden. Die wichtigsten Spinresonanzen konnten dadurch im LEP-Speicherring deterministisch kompensiert werden. Der erfolgreiche Einsatz dieser Methode zur Polarisationsoptimierung am LEP schuf die erforderlichen Grundlagen für die regelmäßige Messung der Strahlenergie und für den etwaigen Betrieb mit longitudinal polarisierten Teilchenstrahlen.

Der hohe Polarisationsgrad ermöglichte die Durchführung neuartiger Messungen zum Verständnis der Depolarisation in Speicherringen mit hoher Strahlenergie. So wurde eine Spinresonanz sechster Ordnung detailliert vermessen. Depolarisation durch eine verstärkte Streuung der Teilchenenergien im Strahl konnte beobachtet werden. Die Resultate erlauben erstmals experimentell abgesicherte Vorhersagen zum erreichbaren Polarisationsgrad im LEP2. Im Rahmen des heutigen Verständisses wird im LEP bei einer Strahlenergie von über 65 GeV keine signifikante Polarisation erwartet. Durch den Vergleich der Messungen mit neuen theoretischen Modellen konnte insbesondere gezeigt werden, daß die depolarisierenden Prozesse in Speicherringen mit sehr guter Genauigkeit berechnet werden können.

Transversale Strahlpolarisation wurde zur Messung der Spinpräzessionsfrequenz für drei verschiedene Strahlenergien um 45.6 GeV herum etabliert. Die Spinkompensation der vier experimentellen Solenoide im LEP ermöglichte es, Polarisationsmessungen unmittelbar im Anschluß an die Produktion von Z-Bosonen durchzuführen. Mittels der resonanten Messung der Spinpräzessionsfrequenz konnte so regelmäßig die mittlere Strahlenergie präzise gemessen werden. Als wichtiges Ergebnis der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, daß die Strahlenergie im LEP durch resonante Spinvektordrehung mit einer absoluten Genauigkeit von besser als 1 MeV bestimmt wird.

Die Präzisionsmessungen der Masse M_{Z} und der Resonanzbreite Γ_{Z} des Z-Bosons im Jahre 1993 erforderten für drei Punkte der Z-Resonanz die genaue Kenntnis der absoluten Energieskala im LEP. Zur Bestimmung der Energieskala wurde die Strahlenergie über die gesamte Zeit der Datennahme hinweg in regelmäßigen Abständen gemessen. In einer vorläufigen Analyse der Daten wurde M_{Z} mit einem Fehler von etwa 4 MeV bestimmt. Die Zerfallsbreite Γ_{Z} ergibt sich mit einer Genauigkeit von besser als 4 MeV. Sie ist bezüglich der Vorhersage der Masse des Top-Quarks die derzeit genaueste Messung eines elektroschwachen Parameters. In der endgültigen Analyse werden weitere signifikante Verbesserungen erwartet.

Als interessantes Nebenprodukt der Messungen wurden Variationen der Strahlenergie durch gezeitenbedingte Verformungen der Erde in exzellenter Übereinstimmung mit theoretischen Modellen beobachtet.

Anhang A

Die Spinzahl im gestörten Speicherring

Im unvollkommenen Speicherring treten nicht-vertikale Magnetfelder auf. Zur Berechnung der gestörten Spinzahl müssen daher im allgemeinen Fall dreidimensionale Spindrehungen, die nicht miteinander kommutieren, betrachtet werden. Die Verschiebung $\delta\nu$ der ungestörten Spinzahl ν_0 durch nicht-vertikale Magnetfelder wird im folgenden berechnet:

$$\nu = \nu_0 + \delta\nu \, . \tag{A.1}$$

Dabei bezeichnen ν und ν_0 den *nicht-ganzzahligen Anteil* der Spinzahl. Die Störung $\delta\nu$ hat nicht dieselbe Energieabhängigkeit wie ν_0. Sie führt daher eine Ungenauigkeit in die Energiekalibration durch resonante Spinvektordrehung ein.

Die am LEP verwendeten Computerprogramme zur Berechnung der Polarisation besitzen nicht die notwendige Genauigkeit von etwa 10^{-6} in der berechneten Spinzahl, um $\delta\nu$ abzuschätzen. Durch die Art, wie der Gleichgewichtsorbit und seine Länge berechnet und eingestellt werden, kommen nicht-tolerierbare Ungenauigkeiten zustande. Daher wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein einfaches analytisches Modell entwickelt, in dem die Spinzahlverschiebung durch Störungen der Spinpräzession in den Kreisbögen des LEP-Speicherringes berechnet wird. Spinrotationen in den geraden Abschnitte kommutieren und kompensieren sich daher weitgehend. Sie werden im folgenden vernachlässigt.

A.1 Allgemeine Lösung für die gestörte Spinzahl

Es wird ein kreisförmiger Speicherring mit einem vertikalen Dipol-Führungsmagnetfeld betrachtet. Die Rotationsachse der nominellen Spinpräzession ist die vertikale Richtung. Durch parasitäre horizontale Magnetfelder und Ablagen des vertikalen Orbits von den Zentren der Quadrupole führen die Spinvektoren lokal auch eine Präzessionsbewegung um die horizontale Richtung aus. In jeder der n FODO-Halbzellen des Speicherringes können Spinrotationen durch die Korrekturspule und den Quadrupol zu einer einzigen Störung kombiniert werden.

In der halben Standardzelle i wird die Spinrotation durch das Dipol-Führungsmagnetfeld mit $\mathbf{M}$ und die parasitäre Spinrotation mit $\mathbf{\Delta}_i$ bezeichnet. Die totale Spinpräzession pro Halbzelle ist dann durch $(\mathbf{I} + \mathbf{\Delta}_i)\,\mathbf{M}$ gegeben, wobei $\mathbf{I}$ die Einheitsmatrix ist. Die Spinrotationsmatrix für einen vollen Umlauf ergibt sich damit zu:

$$\mathbf{T} = \prod_{i=1}^{n} \left[(\mathbf{I} + \mathbf{\Delta}_i)\,\mathbf{M} \right] \, . \tag{A.2}$$

Zur Vorbereitung einer Störungsentwicklung in $(\mathbf{\Delta}_i)$ muß $\mathbf{T}$ als Produkt des ungestörten Spintransports $\mathbf{M}^n$ und eines Störungsterms geschrieben werden. Die verwendete Methode wird manchmal als Projektionsmethode bezeichnet (z.B. [PEG82]):

$$\begin{aligned}
\mathbf{T} &= (\mathbf{I} + \mathbf{\Delta}_n) \prod_{i=1}^{n-1} \left[\mathbf{M}\,(bI + \mathbf{\Delta}_i)\,\mathbf{M}\right] \qquad (A.3)\\
&= (\mathbf{I} + \mathbf{\Delta}_n) \prod_{i=1}^{n-1} \left[\mathbf{M}\,(\mathbf{I} + \mathbf{\Delta}_i)\,\mathbf{M}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{M}\right]\\
&= (\mathbf{I} + \mathbf{\Delta}_n) \prod_{i=1}^{n-1} \left[(\mathbf{I} + \mathbf{M}\mathbf{\Delta}_i\mathbf{M}^{-1})\,\mathbf{M}^2\right]\\
&= \left\{\prod_{i=0}^{n} \left[\mathbf{I} + \mathbf{M}^{(n-i)}\mathbf{\Delta}_i\mathbf{M}^{-(n-i)}\right]\right\}\mathbf{M}^n\\
&= (\mathbf{I} + \mathbf{\Delta})\mathbf{M}^n\;.
\end{aligned}$$

Die gestörte Spinzahl ν wird aus der Spur von $\mathbf{T}$ berechnet:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Spur}(\mathbf{T}) &= 1 + 2\cos 2\pi(\nu) \qquad (A.4)\\
&= 1 + 2\cos 2\pi(\nu_0 + \delta\nu)\;.
\end{aligned}$$

Für die weitere Rechnung werden die Matrizen explizit ausgeschrieben. Der ungestörte Spintransport $\mathbf{M}^n$ ist eine einfache Rotation des Spinvektors $\vec{S}$ um die vertikale Achse:

$$\mathbf{M}^n = \begin{bmatrix} \cos 2\pi\nu_0 & \sin 2\pi\nu_0 & 0\\ -\sin 2\pi\nu_0 & \cos 2\pi\nu_0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad \text{mit} \qquad \vec{S} = \begin{pmatrix} S_x\\ S_s\\ S_y\end{pmatrix}\;. \qquad (A.5)$$

Mit diesem Ansatz folgt für $\mathbf{T}$:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1+\Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13}\\ \Delta_{21} & 1+\Delta_{22} & \Delta_{23}\\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & 1+\Delta_{33}\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos 2\pi\nu_0 & \sin 2\pi\nu_0 & 0\\ -\sin 2\pi\nu_0 & \cos 2\pi\nu_0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\;. \qquad (A.6)$$

Die Spur von $\mathbf{T}$ ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
1 + 2\cos 2\pi(\nu_0 + \delta\nu) = (1{+}2\cos 2\pi\nu_0) &+ \cos 2\pi\nu_0(\Delta_{11} + \Delta_{22}) + \qquad (A.7)\\
&\sin 2\pi\nu_0(\Delta_{21} - \Delta_{12}) + \Delta_{33}\;.
\end{aligned}$$

Da eine kleine Spinzahlverschiebung erwartet wird, kann der Kosinus in (A.7) entwickelt werden, solange folgende Beziehung erfüllt ist:

$$\delta\nu \ll 2\,(\nu_0 - 0.5)\;. \qquad (A.8)$$

Für eine ungestörte Spinzahl von 0.47 sollte $\delta\nu$ viel kleiner sein als 0.06 (etwa 26 MeV). Durch Entwicklung des Kosinus und Auflösung nach $\delta\nu$ folgt aus (A.7) mit $\nu_0 \neq 0.5$:

$$\delta\nu \approx -\frac{1}{4\pi}\;\left\{\Delta_{21} - \Delta_{12} + \cot 2\pi\nu_0\,(\Delta_{11} + \Delta_{22}) + \frac{\Delta_{33}}{\sin 2\pi\nu_0}\right\}\;. \qquad (A.9)$$

Für den Fall $\nu_0 = 0.5$ ergibt sich die Spinzahlverschiebung zu:

$$\delta\nu = \frac{1}{2\pi}\arccos\;\left\{1 + \frac{1}{2}(\Delta_{11} + \Delta_{22} - \Delta_{33})\right\}\;. \qquad (A.10)$$

In beiden Fällen hängt die Spinzahlverschiebung nur von einigen Elementen der $\mathbf{\Delta}$-Matrix ab. Dies wird im folgenden zur Vereinfachung der Berechnungen verwendet.

A.2 Störungsentwicklung von $\mathbf{T}$ nach $\mathbf{\Delta}_i$

Ausgehend von (A.3) wird $\mathbf{T}$ nach den kleinen Störungen $\mathbf{\Delta}_i$ entwickelt:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{T} &= (\mathbf{I} + \mathbf{\Delta})\mathbf{M}^n \\
&= \left\{ \prod_{i=0}^{n} \left(\mathbf{I} + \mathbf{M}^{(n-i)} \mathbf{\Delta}_i \mathbf{M}^{-(n-i)} \right) \right\} \mathbf{M}^n \\
&= \left\{ \prod_{i=0}^{n} (\mathbf{I} + \mathbf{P}_i) \right\} \mathbf{M}^n \\
&= (\mathbf{I} + \mathbf{P}_n) \ldots (\mathbf{I} + \mathbf{P}_i) \ldots (\mathbf{I} + \mathbf{P}_1)\, \mathbf{M}^n \\
&= (\mathbf{I} + \sum_{i=1}^{n} \mathbf{P}_i + \sum_{i=2}^{n} \sum_{j=1}^{i-1} \mathbf{P}_{ij} + \ldots)\, \mathbf{M}^n
\end{aligned} \tag{A.11}
$$

mit

$$
\begin{aligned}
\mathbf{P}_i &= \mathbf{M}^{(n-i)} \mathbf{\Delta}_i \mathbf{M}^{-(n-i)} \\
\mathbf{P}_{ij} &= \mathbf{M}^{(n-i)} \mathbf{\Delta}_i \mathbf{M}^{-(n-i)} \mathbf{M}^{(n-j)} \mathbf{\Delta}_j \mathbf{M}^{-(n-j)} \,.
\end{aligned} \tag{A.12}
$$

Die kleinen Störungen $\mathbf{\Delta}_i$ sind explizit gegeben durch:

$$
\mathbf{\Delta}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\epsilon_i) - 1 & \sin(\epsilon_i) \\ 0 & -\sin(\epsilon_i) & \cos(\epsilon_i) - 1 \end{bmatrix} , \tag{A.13}
$$

wobei ϵ_i der durch horizontale Magnetfelder verursachte Spinpräzessionswinkel ist. Die nominelle Spinpräzession durch den Dipol in der Halbzelle ist:

$$
\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \tag{A.14}
$$

Der nominelle Spinpräzessionswinkel θ ist proportional zur Rotation α des nominellen Orbits: $\theta = \alpha a \gamma$ (vergleiche Abschnitt 3.3.1).

Die Diagonalterme in $\mathbf{\Delta}_i$ verschwinden, wenn die trigonometrischen Funktionen in (A.13) nach erster Ordnung in ϵ_i entwickelt werden. Dann verschwinden alle Terme $M^{(n-i)} \mathbf{\Delta}_i \mathbf{M}^{-(n-i)}$ in (A.12) und in der ersten Ordnung der Spinstörungen ϵ_i treten keine Spinzahlverschiebungen auf.

Berechnung der Terme erster Ordnung in $\mathbf{\Delta}_i$

Mit (A.12, A.13, A.14) und unter Entwicklung der trigonometrischen Funktionen nach zweiter Ordnung in ϵ_i ergibt sich für die P_i:

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{M}^{(n-i)} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\,\epsilon_i^2 & \epsilon_i \\ 0 & -\epsilon_i & \frac{1}{2}\,\epsilon_i^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(n-i)\theta & -\sin(n-i)\theta & 0 \\ \sin(n-i)\theta & \cos(n-i)\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{A.15}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(n-i)\theta & \sin(n-i)\theta & 0 \\ -\sin(n-i)\theta & \cos(n-i)\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}\,\epsilon_i^2 \sin(n-i)\theta & -\frac{1}{2}\,\epsilon_i^2 \cos(n-i)\theta & \epsilon_i \\ -\epsilon_i \sin(n-i)\theta & -\epsilon_i \cos(n-i)\theta & -\frac{1}{2}\,\epsilon_i^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\,\epsilon_i^2 \sin^2(n-i)\theta & -\frac{1}{2}\,\epsilon_i^2 \sin(n-i)\theta\cos(n-i)\theta & \epsilon_i \sin(n-i)\theta \\ -\frac{1}{2}\,\epsilon_i^2 \sin(n-i)\theta\cos(n-i)\theta & -\frac{1}{2}\,\epsilon_i^2 \cos^2(n-i)\theta & \epsilon_i \cos(n-i)\theta \\ -\epsilon_i \sin(n-i)\theta & -\epsilon_i \cos(n-i)\theta & -\frac{1}{2}\,\epsilon_i^2 \end{bmatrix} .$$

Zur Berechnung der Spinzahlverschiebung werden die P_i über alle i aufsummiert und anschließend die für (A.9) relevanten Elemente betrachtet:

$$\Delta_{11} + \Delta_{22} = \Delta_{33} = -\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n} \epsilon_i^2 \,, \tag{A.16}$$

$$\Delta_{12} - \Delta_{21} = 0 \,. \tag{A.17}$$

Aus (A.9) folgt:

$$\delta\nu = \frac{1}{8\pi} \cot \pi\nu_0 \sum_{i=0}^{n} \epsilon_i^2 \quad \text{mit} \quad \nu_0 \neq 0.5 \,. \tag{A.18}$$

Wenn die ungestörte Spinzahl halbzahlig ist, dann muß (A.10) angewandt werden. In diesem Fall tritt in erster Ordnung keine Verschiebung der Spinzahl auf.

Berechnung der Terme zweiter Ordnung in $\mathbf{\Delta}_i$

Ausgehend von (A.12) können die Terme P_{ij}, die zweiter Ordnung in $\mathbf{\Delta}_i$ sind, folgendermaßen geschrieben werden:

$$\mathbf{P}_{ij} = \mathbf{M}^{(n-i)} \mathbf{\Delta}_i \mathbf{M}^{(i-j)} \mathbf{\Delta}_j \mathbf{M}^{-(n-j)} \,. \tag{A.19}$$

Mit den Ausdrücken für $\mathbf{\Delta}_i$ und $\mathbf{M}$ aus (A.13) und (A.14) wurden die $\mathbf{P}_{ij}$ explizit berechnet. Die relevanten Matrixelemente von $\mathbf{P}_{ij}$ werden mit zweiter Ordnung in ϵ_i angegeben:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{ij}(3,3) &\approx -\epsilon_i\epsilon_j \cos(i-j)\theta \,, \\ \mathbf{P}_{ij}(2,1) - \mathbf{P}_{ij}(1,2) &\approx -\epsilon_i\epsilon_j \sin(i-j)\theta \,, \\ \mathbf{P}_{ij}(1,1) + \mathbf{P}_{ij}(2,2) &\approx -\epsilon_i\epsilon_j \cos(i-j)\theta \,. \end{aligned}$$

Der Term $\mathbf{\Delta}$ in (A.11), der die Störungen der Spinpräzession beschreibt, folgt durch Summation.

Spinzahlverschiebung

Durch Einsetzen dieser Ergebnisse in (A.9) folgt unter Berücksichtigung der Resultate für die nicht-gemischten Terme der folgende Ausdruck für die Spinzahlverschiebung $\delta\nu$:

$$\delta\nu = \frac{1}{4\pi}\left\{\frac{1}{2}\cot\pi\nu_0\sum_{i=1}^{n}\epsilon_i^2 + \frac{1}{\sin\pi\nu_0}\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{i-1}\epsilon_i\epsilon_j\cos\left[\pi\nu_0-(i-j)\theta\right]\right\}\ . \tag{A.20}$$

A.3 Statistische Berechnung

Die Störungen ϵ_i werden durch parasitäre horizontale Dipolfelder verursacht, die im wesentlichen durch

1. vertikale Orbitablagen y_i in Quadrupolen mit einem integrierten Gradienten KL und
2. vertikale Bahnablenkungen θ_i^{CV} durch Korrekturspulen

zustande kommen. Die kombinierte Spinrotation ϵ_i ist damit gegeben durch:

$$\epsilon_i = \left[(KL)_i\, y_i + \theta_i^{CV}\right] a\gamma\ . \tag{A.21}$$

Die ϵ_i sind nicht im Detail bekannt. Für eine statistische Berechnung der Spinzahlverschiebung genügten jedoch die Kenntnis des Erwartungs- und Effektivwertes der ϵ_i.

Es wird angenommen, daß der vertikale Orbit gut korrigiert ist. Die Strahlablagen y_i und y_j an zwei verschiedenen Quadrupolen sind dann weitgehend unkorreliert, so daß ihr Erwartungswert verschwindet:

$$\mathbf{E}[y_iy_j] \approx \mathbf{E}[y_i]\cdot\mathbf{E}[y_j] = 0 \qquad \text{für} \qquad i \neq j\ . \tag{A.22}$$

Der Residuumsorbit y_i ist eine Funktion aller Störungen im Speicherring. Die Orbit-Kicks θ_i^{CV} von den Korrekturspulen korrigieren dagegen hauptsächlich lokale Störungen. Daher gilt näherungsweise:

$$\mathbf{E}[y_i\theta_i] \approx \mathbf{E}[y_i]\cdot\mathbf{E}[\theta_i] = 0 \quad \text{und} \quad \mathbf{E}[\theta_i\theta_j] \approx \mathbf{E}[\theta_i]\cdot\mathbf{E}[\theta_j] = 0\ . \tag{A.23}$$

Für den Erwartungswert der Spinrotationen ϵ_i gilt dann:

$$\mathbf{E}[\epsilon_i\epsilon_j] \approx 0\ , \tag{A.24}$$
$$\mathbf{E}[\epsilon_i^2] \approx \left(\mathbf{E}[(KLy_i)^2] + \mathbf{E}[(\theta_i^{CV})^2]\right)(a\gamma)^2\ .$$

Für die statistische Berechnung ist weiterhin der folgende Zusammenhang, der für Gaußverteilungen gültig ist, wichtig:

$$\mathbf{E}[\epsilon_i^4] = 3\mathbf{E}^2[\epsilon_i^2]\ . \tag{A.25}$$

Erwartungswert der Spinzahlverschiebung

Die mittlere Spinzahlverschiebung $\overline{\delta\nu}$ ergibt sich aus der Berechnung des Erwartungswertes von (A.20):

$$\begin{aligned}
\overline{\delta\nu} &= \mathbf{E}[\delta\nu] \qquad\qquad \text{(A.26)}\\
&= \frac{1}{8\pi}\cot\pi\nu_0\,\mathbf{E}\left[\sum_{i=1}^{n}\epsilon_i^2\right] + \frac{1}{4\pi\sin\pi\nu_0}\mathbf{E}\left[\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{i-1}\epsilon_i\epsilon_j\cos\left[\pi\nu_0-(i-j)\theta\right]\right]\\
&= n\mathbf{E}[\epsilon_i^2]\,\frac{\cot\pi\nu_0}{8\pi} \quad \text{für} \quad \nu_0 \neq 0.5\,.
\end{aligned}$$

Die mittlere Verschiebung $\overline{\delta\nu}$ verschwindet, wenn die ungestörte Spinzahl halbzahlig ist.

Standardabweichung der Spinzahlverschiebung

Die Berechnung der Standardabweichung $\sigma_{\delta\nu}$ der Spinzahlverschiebung ist komplizierter. Zunächst gilt:

$$\sigma_{\delta\nu} = \mathbf{E}[(\delta\nu)^2] - \mathbf{E}^2[\delta\nu]\,. \qquad \text{(A.27)}$$

$\mathbf{E}^2[\delta\nu]$ ergibt sich direkt aus (A.26):

$$\mathbf{E}^2[\delta\nu] = n^2\mathbf{E}^2[\epsilon_i^2]\,\frac{\cot^2\pi\nu_0}{(8\pi)^2}\,. \qquad \text{(A.28)}$$

Aus (A.20) folgt:

$$\mathbf{E}[(\delta\nu)^2] = \underbrace{\frac{1}{(4\pi\sin\pi\nu_0)^2}}_{F}\;\underbrace{\mathbf{E}\left[\left(\frac{1}{2}\cos\pi\nu_0\sum_{i=1}^{n}\epsilon_i^2 + \sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{i-1}\epsilon_i\epsilon_j\cos\left[\pi\nu_0-(i-j)\theta\right]\right)^2\right]}_{A}\,.$$

Zunächst wird der Term A betrachtet. Die durch Ausquadrieren entstehenden, gemischten Terme enthalten alle ein ϵ_i mit der Potenz 1 und ihr Erwartungswert verschwindet daher. Damit folgt für A:

$$A = \frac{1}{4}\cos^2\pi\nu_0\;\underbrace{\mathbf{E}\left[\left(\sum_{i=1}^{n}\epsilon_i^2\right)^2\right]}_{B} + \underbrace{\mathbf{E}\left[\left(\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{i-1}\epsilon_i\epsilon_j\cos\left[\pi\nu_0-(i-j)\theta\right]\right)^2\right]}_{C}\,. \qquad \text{(A.29)}$$

Der Ausdruck B wird betrachtet:

$$\begin{aligned}
B &= \frac{1}{4}\cos^2\pi\nu_0\,\mathbf{E}\left[\sum_{i=1}^{n}\epsilon_i^4 + 2\sum_{i\neq j}\epsilon_i^2\epsilon_j^2\right] \qquad \text{(A.30)}\\
&= \frac{1}{4}\cos^2\pi\nu_0\left(3n\mathbf{E}^2[\epsilon_i^2] + n(n-1)E^2[\epsilon_i^2]\right)\\
&= \frac{1}{4}\cos^2\pi\nu_0\;n(n+2)\;\mathbf{E}^2[\epsilon_i^2]\,.
\end{aligned}$$

Für FB folgt damit:

$$FB = \frac{1}{(8\pi)^2}\cot^2\pi\nu_0\; n(n+2)\mathbf{E}^2[\epsilon_i^2] = \frac{n(n+2)}{n^2}\mathbf{E}^2[\delta\nu]\,. \tag{A.31}$$

Der Audruck C wird berechnet, indem zunächst einige Terme ausgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} C = \mathbf{E}[(&\epsilon_2\epsilon_1\cos[\pi\nu_0 - 1\theta] \\ &+\epsilon_3\epsilon_1\cos[\pi\nu_0 - 2\theta] + \epsilon_3\epsilon_2\cos[\pi\nu_0 - 1\theta] \\ &+\epsilon_4\epsilon_1\cos[\pi\nu_0 - 3\theta]\ldots)^2]\,. \end{aligned} \tag{A.32}$$

Beim Quadrieren entfallen die gemischten Terme, da sie alle ein ϵ_i mit der Potenz 1 enthalten. Daher folgt:

$$\begin{aligned} C &= \mathbf{E}\left[\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{i-1}\epsilon_i^2\epsilon_j^2\cos^2\left[\pi\nu_0 - (i-j)\theta\right]\right] \\ &= \mathbf{E}^2[\epsilon_i^2]\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{i-1}\cos^2\left[\pi\nu_0 - (i-j)\theta\right] \\ &\approx \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n-1} i\,\mathbf{E}^2[\epsilon_i^2] \qquad\qquad (\text{mit}\quad n \gg 1) \\ &= \frac{(n-1)^2}{4}\mathbf{E}^2[\epsilon_i^2] \approx \frac{n^2}{4}\mathbf{E}^2[\epsilon_i^2]\,. \end{aligned} \tag{A.33}$$

Die Summe über die Kosinusterme wurde als Integral über $\cos^2$ interpretiert und kann daher mit $\frac{1}{2}$ abgeschätzt werden, was für $n \gg 1$ und für die meisten θ in guter Näherung gilt. Insbesondere gilt diese Abschätzung für LEP mit $\theta \approx 200°$. Damit erhält man für $\mathbf{E}[(\delta\nu)^2]$:

$$\mathbf{E}\left[(\delta\nu)^2\right] = \left(\frac{n^2}{(8\pi)^2}\cot^2\pi\nu_0 + \frac{2n}{(8\pi)^2}\cot^2\pi\nu_0 + \frac{n^2}{(8\pi)^2\sin^2\pi\nu_0}\right)\mathbf{E}^2[\epsilon_i^2] \tag{A.34}$$

und mit $n \gg 1$ folgt:

$$\approx \mathbf{E}^2[\delta\nu] + \frac{n^2}{(8\pi)^2\sin^2\pi\nu_0}\mathbf{E}^2[\epsilon_i^2]\,.$$

Das Endergebnis für die Standardabweichnug der Spinzahlverschiebung ergibt sich damit zu:

$$\sigma_{\delta\nu} \approx \frac{n}{8\pi\sin\pi\nu_0}\mathbf{E}[\epsilon_i^2] = \frac{\overline{\delta\nu}}{\cos\pi\nu}\,. \tag{A.35}$$

A.4 Numerische Anwendung für LEP1-Parameter

Zur Berechnung der Verschiebung $\delta\nu$ der Spinzahl im LEP1 werden die folgenden für 1993 typischen Parameter verwendet:

$$\begin{array}{lll} KL = 0.032\,\mathrm{m}^{-1} & n_Q \approx 600 & n_{CV} \approx 200 \\ a\gamma \approx 100 & \sigma_y \approx 0.5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} & \sigma_{\theta_{CV}} \approx 10\cdot 10^{-6}\,\text{Radian} \end{array}$$

wobei σ_y die gemessene effektive Ablage des vertikalen Orbits in den Quadrupolen bezeichnet. Die effektive Stärke σ_{CV} der Korrekturspulen war nach der vertikalen Neuausrichtung der Quadrupole klein. Der Ausdruck für $\mathbf{E}[\epsilon_i^2]$ in (A.24) wird etwas modifiziert, um die unterschiedlichen Häufigkeiten n_Q und n_{CV} von Quadrupolen und Korrekturspulen zu berücksichtigen:

$$\sigma_\epsilon \approx \mathbf{E}[\epsilon_i^2] \approx (a\gamma)^2 \left\{ n_Q (KL)^2 \sigma_y^2 + n_{CV}\, \sigma_{\theta_{CV}}^2 \right\} . \tag{A.36}$$

Durch Einsetzen der LEP1-Parameter ergibt sich:

$$\sigma_\epsilon = 1.6\,\mathrm{mrad}\,.$$

Mit der für die Energiekalibration am LEP typischen Spinzahl von $\nu = .47$ folgt mit (A.26) und (A.35):

$$\overline{\delta\nu} \approx 6 \cdot 10^{-6} \equiv 0.003\ \mathrm{MeV} \qquad \text{und} \qquad \sigma_{\delta\nu} \approx 6 \cdot 10^{-5} \equiv 0.03\ \mathrm{MeV}\,. \tag{A.37}$$

Die Beiträge der Quadrupole und der Korrekturspulen zeigen, daß die letzteren kaum beitragen:

$$\sigma_{\delta\nu}^{Q} \approx 0.027\ \mathrm{MeV} \qquad \text{und} \qquad \sigma_{\delta\nu}^{CV} \approx 0.003\ \mathrm{MeV}\,. \tag{A.38}$$

Die Abhängigkeit von $\overline{\delta\nu}$ und $\sigma_{\delta\nu}$ von der ungestörten Spinzahl und dem vertikalen Orbit wird in Abb. A.1 und Abb. A.2 gezeigt. Mit normalen Maschineneinstellungen ($0.4 < \nu_0 < 0.6$ und $\sigma_y < 0.8$ mm) ist die Verschiebung der Spinzahl kleiner als 100 keV und damit klein gegen die Standardauflösung für Energiekalibrationen (440 keV bis 880 keV). Spinzahlverschiebungen durch horizontale Magnetfelder begrenzen jedoch die Genauigkeit in der Energiekalibration durch resonante Spinvektordrehung, die prinzipiell erreicht werden kann, auf etwa $7 \cdot 10^{-7}$ (relativer Fehler).

Zur Überprüfung des analytischen Modells wurde ein einfacher Monte-Carlo Algorithmus vorbereitet. Das Monte-Carlo Programm berechnet die gestörte Spinzahl durch explizite Matrixmultiplikation für spezifische Verteilungen der Störungen. Es liefert exakte Resultate und ist unabhängig von den Näherungen, die zur Vereinfachung der analytischen Rechnung verwendet wurden. Die Standardabweichnung und der Mittelwert der Spinzahlverschiebung wurden jeweils aus 200 verschiedenen Fehlerverteilungen bestimmt. Die Ergebnisse des analytischen Modells und der Monte-Carlo Simulationen werden in Abb. A.1 und Abb. A.2 für LEP1-Parameter miteinander verglichen. Es ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den beiden unterschiedlichen Ansätzen.

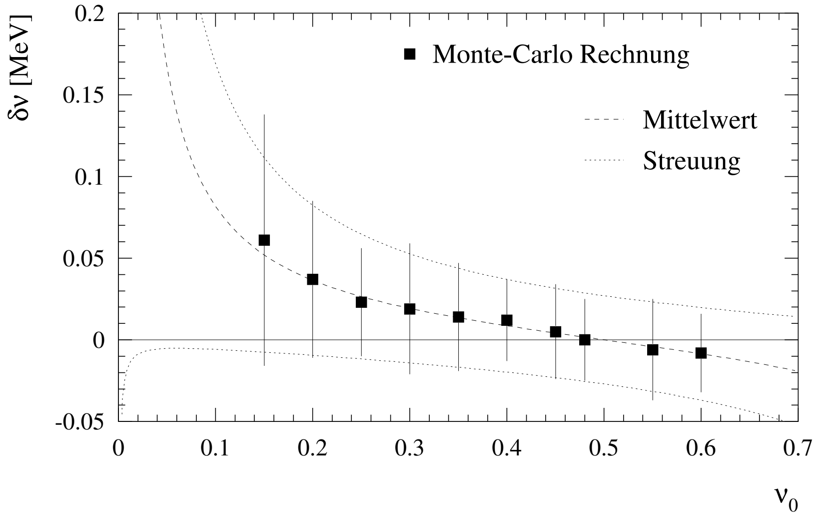


Abbildung A.1: *Abhängigkeit von $\sigma_{\delta\nu}$ und $\overline{\delta\nu}$ von der ungestörten Spinzahl ν_0 für eine effektive vertikale Obitablage von 0.5 mm. Die analytische Rechnung (Linien) wird mit einer Monte-Carlo Simulation verglichen (Symbole). Die Balken an den simulierten Punkten geben die Streuung an.*

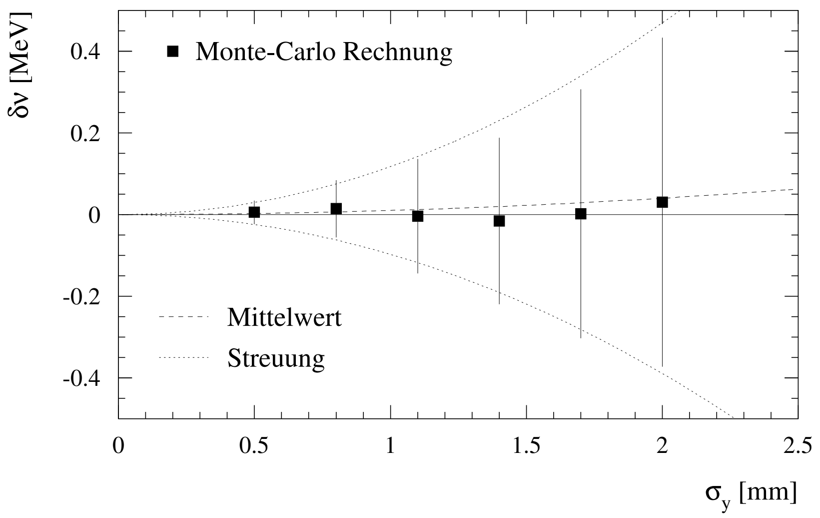


Abbildung A.2: *Für $\nu_0 = .47$ werden $\sigma_{\delta\nu}$ und $\overline{\delta\nu}$ als Funktion der effektiven vertikalen Obitablage σ_y gezeigt. Die analytische Rechnung (Linien) wird mit einer Monte-Carlo Simulation verglichen (Symbole). Die Balken an den simulierten Punkten geben die Streuung an.*

Literaturverzeichnis

[ABE94] K. Abe et al.: ”Precise Measurement of the Left-Right Cross Section Asymmetry in Z Boson Production by e^+e^- Collisions”. SLAC-PUB-6456 (1994).

[ACK85] A. Ackermann, J. Kewisch and T. Limberg. Implementierung in MAD von H. Grote. Unveröffentlicht.

[ALE88] G. Alexander et al. (eds): “Polarization at LEP”. CERN Yellow report 88-06 (1988).

[ALE94] G. Alexander et al.: “Proposal: A Test of Longitudinal Spin Polarization at LEP”. CERN/LEPC 94-8 (1994).

[ALT89] G. Altarelli et al. (eds): “Z Physics at LEP1”. CERN Yellow report 89-08 (1989).

[ARN92] L. Arnaudon et al.: “Measurement of the LEP Beam Energy by Resonant Depolarization”. Phys. Lett. B284(1992)431.

[ARN93] L. Arnaudon et al.: “Measurement of the Mass of the Z Boson and the Energy Calibration of LEP”. Phys. Lett. B307(1993)187-193.

[ARN94] L. Arnaudon et al.: “Energy Calibration of LEP in 1993 with Resonant Depolarization”. Zur Veröffentlichung vorbereitet.

[ASS93] R. Assmann: “Results of Polarization and Optimisation Simulations”. In Proc. of the Third Workshop on LEP Performance, Chamonix, Frankreich, Januar 1993. CERN SL/93-19 (DI) pp. 341-356.

[ASS94a] R. Assmann: “Polarization in LEP”. In Proc. of the Fourth Workshop on LEP Performance, Chamonix, Frankreich, Januar 1994. CERN SL/94-06 (DI) pp. 353-364.

[ASS94b] R. Assmann und J.P. Koutchouk: “Residual Longitudinal Polarization in LEP”. CERN SL/Note 94-37 (AP).

[BAI66] V.N. Baier und Yu.F. Orlov: “Quantum Depolarization of Electrons in a Magnetic Field”. Sov. Phys. Dokl. 10(1966)1145.

[BAI69] V.N. Baier und V.A. Khoze: “Determination of the Transverse Polarization of High Energy Electrons”. Sov. J. Nucl. Phys. 9(1969)238-239.

[BAI93] R. Bailey et al.: “Comissioning and Operation of the LEP Pretzel Scheme”. Proc. of the 1993 IEEE Part. Acc. Conf., Washington D.C., USA, Mai 1993. Zur Veröffentlichung vorbereitet.

[BAR59] V. Bargmann, L. Michel und V.L. Telegdi: “Precession of the Polarization of Particles Moving in a Homogeneous Electromagnetic Field”. Phys. Rev. Lett. 2(1959)435.

[BAR85] D.P. Barber et al.: “A General Harmonic Spin Matching Formalism for the Suppression of Depolarization Caused by Closed Orbit Distortion in Electron Storage Rings”. DESY Report 85-044.

[BAR87] D.P. Barber und G. Ripken: “A Modified Closed Orbit Adjustment Formalism for the Optimization of Polarization in Electron Storage Rings”.
DESY HERA 87-15.

[BAR93] D.P. Barber et al.: “High Spin Polarisation at the HERA Electron Storage Ring”. DESY 93-038.

[BAR94] D.P. Barber. Private Mitteilung.

[BIS84a] C. Biscari, J. Buon und B.W. Montague: “Depolarizing Effects of Quantum Fluctuations and the Action of Nonlinear Wigglers on Equilibrium Polarization Level”. Nuovo Cimento 81B(1984)128-142.

[BIS84b] C. Biscari: “Second-Order Perturbative Theory Applied to Depolarizing Effects of Quantum Fluctuations”. Nuovo Cimento 81B(1984)143-152.

[BLO88] A. Blondel und J.M. Jowett: “Wigglers for Polarization”. In: “Polarization at LEP”, G. Alexander et al., eds., CERN Yellow report 88-06 (1988) Vol.II, pp. 216-232.

[BLO90] A. Blondel: “Compensation of Integer Spin Resonances Created by Experimental Solenoids”. LEP Note 629 (1990).

[BLO93] A. Blondel: “Beam Polarization in e^+e^- Annihilation”. CERN-PPE/93-125.

[BOE92a] M. Böge: “Non-linear Spin Tracking with SITROS”.
In: F. Willeke (ed.), DESY-HERA 92-07, pp. 211-224.

[BOE92b] M. Böge: “Studies on Depolarizers using the Monte Carlo Program SITROS”. Proc. 35^{th} Yamada Conference, 10^{th} Int. Symp. on High Energy Spin Physics, Nagoya, Japan, Nov. 1992, pp. 419-422.

[BOE94] M. Böge: “Analysis of Spin Depolarizing Effects in Electron Storage Rings”. Dissertation an der Universität Hamburg, Deutschland, 1994.

[BRE82] H.D. Bremer: “Optimizing the Degree of Polarization in PETRA”. DESY 82-026.

[BRU72] H. Bruck: “Circular Particle Accelerators”. LA-TR 72-10 (Rev.). Nachdruck des MPI für Kernphysik, Heidelberg, 1986.

[BUO87] J. Buon: “Interference Effects between Depolarization Resonances and Higher-Order Corrections to Perturbed Spin Motion in Synchrotons and Storage Rings”. LAL-RT 87-09.

[BUO89] J. Buon: “A Stochastic Model of Depolarization Enhancement due to Large Energy Spread in Electron Storage Rings”. Proc. 8^{th} Int. Symp. on High Energy Spin Physics, Minneapolis, USA, Sep. 1988.
AIP Conf. Proc. No. 187(1989)963-974.

[BUO91] J. Buon: “Polarization for Pedestrians”. Vorlesungen am CERN, Apr. 1991.

[BUO94] J. Buon und J.P. Koutchouk: “Polarization of Electron and Proton beams”. CERN Advanced Accelerator School, Rhodos, Greece, Sep. 1993. Zur Veröffentlichung vorbereitet.

[BUR91] H. Burkhardt und J. Steinberger: “Tests of the Electroweak Theory at the Z Resonance”. Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 41(1991)55-96.

[CHA77] A.W. Chao: “Depolarization Calculation using Generalized Matrices”. SPEAR-108/PEP-257 (1977).

[CHA81a] A.W. Chao: “Polarization of a Stored Electron Beam”. 1981 Summer School on High Energy Particle Accelerators, Fermilab.
AIP Conf. Proc. No. 87(1982)395-449.

[CHA81b] A.W. Chao: “Evaluation of Radiative Spin Polarization in an Electron Storage Ring”. Nucl. Instr. Meth. 180(1981)29-36.

[CHA82a] A.W. Chao: “The SLIM Program and its Limitations”. Workshop on Polarized Electron Acceleration and Storage, Hamburg 1982, DESY M-82/09, pp. H1-H22.

[CHA82b] A.W. Chao: “Spin Matching for Rotators and Snakes”. Workshop on Polarized Electron Acceleration and Storage, Hamburg 1982, DESY M-82/09, pp. K1-K15.

[CHA83] A.W. Chao: “Latest on Polarization in Electron Storage Rings”.
SLAC-PUB-3081 (1983).

[CLA94] P. Clarke für die LEP-Kollaborationen: “Z Lineshape Results from LEP 1993”. In Proc. of 29th Rencontres de Moriond - Electroweak Interactions and Unified Theories, Meribel, Frankreich, März 1994.

[COL93] P. Collier: “Effect of QF-QD Compensation on LEP Beam Energy”. CERN SL/MD Note 105 (1993).

[COU58] E.B. Courant und H.S. Snyder: “Theory of the Alternating Gradient Synchrotron”. Ann. of Physics 3(1958)1.

[DEH93] B. Dehning: “Performance of the LEP polarimeter”. In Proc. of the Third Workshop on LEP Performance, Chamonix, Frankreich, Januar 1993.
CERN SL/93-19 (DI) pp. 239-246.

[DEH94a] B. Dehning et al.: “A Test on Longitudinal Polarization at LEP”.
CERN SL/Note 94-12 (BI).

[DEH94b] B. Dehning: “Elektronen- und Positronen-Polarisation im LEP-Speicherring und Präzisionsbestimmung der Masse des Z-Teilchens”. Dissertation an der Ludwigs-Maximilians-Universität München, Deutschland, 1994.

[DER72] Ya.S. Derbenev und A.M. Kondratenko: “Diffusion of Particle Spins in Storage Rings”. Sov. Phys. JETP 35(1972)230.

[DER73] Ya.S. Derbenev und A.M. Kondratenko: “Polarization Kinetics of Particles in Storage Rings”. Sov. Phys. JETP 37(1973)968.

[DER75] Ya.S. Derbenev und A.M. Kondratenko: “Relaxation and the Equilibrium State of Polarization in Storage Rings”. Sov. Phys. Dokl. 19(1975)438.

[DER79] Ya.S. Derbenev, A.M. Kondratenko und A.N. Skrinsky: “Radiative Polarization at Ultra-High Energergies.”. Part. Acc. 9(1979)247.

[DER80] Ya.S. Derbenev et al.: “Accurate Calibration of the Beam Energy in a Storage Ring Based on Measurement of Spin Precession Frequency of Polarized Particles”. Part. Acc. 10(1980)177.

[DER90a] Ya.S. Derbenev: “The Stern-Gerlach Method in Charged Particle Storage Rings - 1. The Double-Resonance Stern-Gerlach Effect”. UM HE 90-30(1990).

[DER90b] Ya.S. Derbenev: “The Stern-Gerlach Method in Charged Particle Storage Rings - 2. The Neo-Classical Stern-Gerlach Effect”. UM HE 90-32(1990).

[ECAL93] Vorläufiges Ergebnis der “Working group on energy calibration at LEP”.

[EID90] Yu. Eidelman und V. Yakimenko: “The Spin Motion Calculation Using Lie Method in Collider Nonlinear Magnetic Field”. Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk. Preprint 90-127(1990).

[EID93] Yu. Eidelman und V. Yakimenko: “SPINLIE - New Computer Code for Polarization Calculation”. Proc. of the 1993 Part. Acc. Conf., Washington, USA, Mai 1993.

[FIS92] G. Fisher und A. Hofmann: “Effects of Tidal Forces on the LEP Energy”. In Proc. of the Second Workshop on LEP Performance, Chamonix, Frankreich, Januar 1992. CERN SL/92-29 (DI) pp. 337-338.

[FRO60] M. Froissart und R. Stora: “Depolarisation d’un faisceau de protons polarises dans un synchroton”. Nucl. Instr. Meth. 7(1960)297.

[GRO90] H. Grote und F.C. Iselin: “The MAD Program. User’s Reference Manual”. CERN-SL/90-13(AP).

[GRO92] H. Grote: “Comparison of Linear and Non-linear Predictions of Polarization Levels”. CERN-SL/92-56(AP).

[GRO93] H. Grote: “MAD-SODOM User’s Guide”. CERN-SL/93-40 (AP).

[GRO94] H. Grote: “A Short Spin Rotator for LEP”. CERN-SL 94-08 (AP).

[JAC75] J.D. Jackson, Klassische Elektrodynamik, Berlin: Walter de Gruyter, 1983 (2. Auflage).

[JAC76] J.D. Jackson: “On Understanding Spin-Flip Synchroton Radiation and the Transverse Polarization of Electrons in Storage Rings”. Reviews of Modern Physics, Vol. 48, No. 3, 1976.

[JAC92] B. Jacobsen: “Observations of Tidal Distortions of the LEP Orbit”. CERN SL/MD Note 62 (1992).

[JOW93a] J.M. Jowett: “Effect of Pretzel Orbits on Energy Calibration”. In Proc. of the Third Workshop on LEP Performance, Chamonix, Frankreich, Januar 1993. CERN SL/93-19 (DI) pp. 293-301.

[JOW93b] J.M. Jowett: “Status of LEP and LEP2”. CERN SL/93-24 (AP).

[KEW85] J. Kewisch: “Depolarisation des Elektronenspins in Speicherringen durch nichtlineare Spin-Bahn-Kopplung”. Dissertation an der Universität Hamburg, Deutschland, 1985.

[KON80] A.M. Kondratenko und B.W. Montague: “Polarized Beams in LEP”. LEP Note 250 (1980).

[KOO89] I.A. Koop et al.: “Investigation of the Spin Precession Tune Spread in the Storage Ring”. Proc. 8^{th} Int. Symp. on High Energy Spin Physics, Minneapolis, USA, Sep. 1988. AIP Conf. Proc. No. 187(1989)1023-1027.

[KOU87] J.P. Koutchouk : “Polarization simulation results for LEP”. Proc. of the Workshop on Polarization in LEP, CERN, Schweiz, 9-11 November 1987. Nicht nummerierter CERN-Bericht.

[KOU88a] J.P. Koutchouk und T. Limberg: “Polarization Simulation Studies for LEP”. In: “Polarization at LEP”, G. Alexander et al., eds., CERN Yellow report 88-06 (1988) Vol.II, pp. 204-215.

[KOU88b] J.P. Koutchouk: “Systematic Integer Spin Resonances”. CERN LEP-TH/88-47.

[KOU92] J.P. Koutchouk et al.: “Energy Calibration with a Polarized Beam at LEP”. Proc. 16^{th} Intern. Conf. High Energy Acc., Hamburg, Deutschland, 1992.

[KOU93a] J.P. Koutchouk: “Decay of a Horizontal Component of the Beam Polarization due to Quantum Excitation”. CERN-SL/16-93 (AP).

[KOU93b] J.P. Koutchouk: “Spin Tune Shifts due to Solenoids”. CERN-SL/93-26 (AP).

[KNU91] L. Knudsen et al.: “First Observation of Transverse Polarization at LEP”. Phys. Lett. B270(1991)97.

[LEP84] CERN: “LEP Design Report”. CERN-LEP/84-01.

[LIP54] F.W. Lipps und H.A. Tolhoek: “Polarization Phenomena of Electrons and Photons”. Physica XX(1954)395-405.

[MAN87a] S.R. Mane: “Electron-Spin Polarization in High-Energy Storage Rings. I. Derivation of the Equilibrium Polarization”. Phys. Rev. A 36(1987)105-119.

[MAN87b] S.R. Mane: “Electron-Spin Polarization in High-Energy Storage Rings. II. Evaluation of the Equilibrium Polarization”. Phys. Rev. A 36(1987)120-130.

[MAN88] S.R. Mane: “Calculation of Higher Order Spin Resonances”. In: “Polarization at LEP”, G. Alexander et al., eds., CERN Yellow report 88-06 (1988) Vol.II, pp. 233-244.

[MAN90] S.R. Mane: “Synchroton Sideband Spin Resonances in High Energy Electron Storage Rings”. Nucl. Instr. and Meth. A292(1990)52-74.

[MAR94] W.J. Marciano: “Spin and Precision Electroweak Physics”. Vorlesung an der SLAC Sommerschule “Spin Structure in High Energy Processes”, Stanford, USA, 1993. BNL-60177 (1994).

[MEL83] P. Melchior: “The Tides of the Planet Earth”. Second Edition, Pergamon Press, 1983.

[MEL93] Ein Computerprogramm wurde von P. Melchior zur Verfügung gestellt. P. Melchior, International Center for Earth Tides, Brüssel, Belgien.

[MON84] B.W. Montague: “Polarized Beams in High Energy Storage Rings”. Phys. Reports 113, No. 1(1984)1.

[NAK92] K. Nakajima: “Polarization Study in TRISTAN”. Proc. of the 3^{rd} Europ. Part. Acc. Conf., Berlin, Deutschland, März 1992.

[PAU90] W. Paul: “Electromagnetic Traps for Charged and Neutral Particles”. Rev. of Mod. Phys. 62(1990)531.

[PEG82] S. Peggs: “The Projection Approach to Solenoid Compensation”. Part. Acc. 12(1982)219-229.

[PIE94] B. Pietrzyk: “LEP asymmetries and fits of the Standard model”. LAPP Exp/94-07.

[PLA89] M. Placidi und R. Rossmanith: “e^+e^- Polarimetry at LEP”. Nucl. Instr. and Meth. A274(1989)79.

[PLA94] M. Placidi: “LEP Electron Beam Energy in 1993”. In Proc. of the Fourth Workshop on LEP Performance, Chamonix, Frankreich, Januar 1994. CERN SL/94-06 (DI) pp. 345-352.

[QUA94] Vorläufige ALEPH-Ergebnisse. Erhalten von G. Quast und M. Pepe.

[ROS85] R. Rossmanith and R. Schmidt: “Compensation of Depolarizing Effects in Electron Positron Storage Rings”. Nucl. Instr. Meth. Phys. Res., A236(1985)231.

[SAN70] M. Sands: “The Physics of Electron Storage Rings - An Introduction”. SLAC-121, UC-28 (1970).

[SCH92] R. Schmidt et al.: “Performance and Limitations of the LEP Polarimeter”. Proc. 35^{th} Yamada Conference, 10^{th} Int. Symp. on High Energy Spin Physics, Nagoya, Japan, Nov. 1992, pp. 905-909.

[SHA89] Yu.M. Shatunov und A.N. Skrinsky: “Polarized Beams in Storage Rings and High Precision Measurements of Particle Masses”. Part. World 1(1989)35.

[SHA90] Yu.M. Shatunov: “Polarized Beams of High Energy Electrons and Positrons”. Part. Acc. 32(1990)139.

[SOK64] A.A. Sokolov und I.M. Ternov: “On Polarization and Spin Effects in the Theory of Synchroton Radiation”. Sov. Phys. Dokl. 8(1964)1203.

[SWA88] M.L. Swartz: “Physics with Polarized Electron Beams”. SLAC-PUB-4656 (1988).

[TER62] I.M. Ternov, Yu.M. Loskutov und L.I. Korovina: “Possibility of Polarizing an Electron Beam by Relativistic Radiation in a Magnetic Field”. Sov. Phys. JETP 14(1962)921.

[WEN94a] J. Wenninger: “Study of the LEP Beam Energy with Beam Orbits and Tunes”. CERN SL/94-14 (BI).

[WEN94b] J. Wenninger: “Energy calibration in LEP2”. In Proc. of the Fourth Workshop on LEP Performance, Chamonix, Frankreich, Januar 1994, CERN SL/94-06 (DI) pp. 383-391.

[YOK81] K. Yokoya: “Improvement of Radiative Polarization in Plane Storage Rings”. KEK 81-19. Auch in: Workshop on Polarized Electron Acceleration and Storage, Hamburg, Deutschland, 1982. DESY M-82/09 pp. R19-R29.

[YOK83a] K. Yokoya: “Spin Chromaticity for Higher-Order Synchroton Resonances”. Part. Acc. 13(1983)85-93.

[YOK85] K. Yokoya: “Beam Polarization in High Energy Electron Storage Rings”. KEK Report 85-7.

[YOK92] K. Yokoya: “Non-perturbative Calculation of Equilibrium Polarization of Stored Electron Beams”. KEK Report 92-6 (1992).

Danksagung

Entscheidenden Anteil am Zustandekommen dieser Arbeit hat Professor Walter Blum vom Max-Planck-Institut für Physik, München. Er brachte mich mit der LEP-Polarisationsgruppe in Kontakt und initiierte das außerordentlich interessante und meinen Neigungen entsprechende Promotionsthema. Er folgte den Fortschritten der Arbeit mit aufmerksamem Interesse und verstand es, mir immer die nötige Hilfe zukommen zu lassen. Ich schulde ihm und dem Max-Planck-Institut für Physik besonderen Dank dafür, daß mir ein mehrjähriger Forschungsaufenthalt am europäischen Kernforschungszentrum CERN in Genf ermöglicht wurde.

Ohne die offene und konstruktive Zusammenarbeit in der LEP-Polarisationsgruppe am CERN hätte die vorliegende Arbeit nicht entstehen können. In diesem Team von etwa zehn Personen wurde mir Gelegenheit gegeben an allen Aspekten des Projektes mitzuarbeiten. Dafür möchte ich mich besonders bei Jean-Pierre Koutchouk und Rüdiger Schmidt vom CERN bedanken. Jean-Pierre Koutchouk nahm sich stets Zeit für ausführliche Diskussionen, aus denen viele der in dieser Arbeit gezeigten Ideen und Experimente resultierten. Er half mir bei theoretischen Rechnungen und gab der Arbeit oftmals ihre Richtung: “Un Grand Merci!”. Rüdiger Schmidt war immer bereit bei der Lösung experimenteller und theoretischer Fragen zu helfen. Oft konnte ich so von seiner Erfahrung und seinem Wissen profitieren und wichtige Anregungen gewinnen.

Massimo Placidi vom CERN sei nicht nur für die “pasta” gedankt, die manche Nachtschicht kulinarisch bereicherten. Als Leiter der Polarisationsgruppe seit Sommer 1993 ermöglichte er es mir, auch “riskante” Experimente durchzuführen. Seiner Hilfsbereitschaft und seiner Unterstützung verdanke ich viel.

Bernd Dehning half mir beim Verständnis des LEP-Polarimeters und steuerte stets fruchtbare Impulse bei. Besonders bedanken für stets offene und hilfreiche Diskussionen möchte ich mich auch bei Hans Grote, Werner Herr und Jörg Wenninger. Der Arbeitsgruppe für die Energiekalibration am LEP und insbesondere ihrem Leiter Gigi Rolandi sei für die gute Zusammenarbeit gedankt. Paul Grosse-Wiesmann gab stets nützliche Anregungen und Tips.

Mein Dank gilt weiterhin Alain Blondel von der Ecole Polytechnique, der stets mein Interesse an elektroschwacher Physik wachgehalten hat, Yuri Eidelman aus Novosibirsk, der mir einige Tricks zeigte und beim Nachrechnen von Derbenev und Kondratenko half, und Desmond Barber vom DESY, der für Klarheit im theoretischen Verständnis sorgte. Für die sorgfältige Durchsicht des vorliegenden Manuskripts bedanke ich mich bei Desmond Barber, Paul Grosse-Wiesmann, Werner Herr und Jörg Wenninger.

Ganz herzlich bedanken möchte ich mich bei all den Kollegen vom Max-Planck-Institut, von SL-AP, SL-BI, SL-OP und ALEPH, bei denen ich stets tatkräftige Hilfe fand. Ohne ihre Unterstützung hätte ich die vorliegende Arbeit nicht durchführen können.

Nicht zuletzt gilt mein Dank Bettina, die das Zustandekommen dieser Arbeit stets liebevoll und tatkräftig unterstützt hat, sowie meinen Eltern und Brüdern.